ELECTROMETRISCHE UNTERSUCHUNGEN.

METHODE ZUR BESTIMMUNG VON CONTACTPOTENTIALDIFFERENZEN OHNE ANWENDUNG DES CONDENSATORS. QUADRANTELECTROMETER VON CONSTANTER EMPFINDLICHKEIT.

HABILITATIONSSCHRIFT

DER

PHILOSOPHISCHEN FACULTÄT

DER

UNIVERSITÄT LEIPZIG

VORGELEGT

VON

Dr. W. HALLWACHS.

HIERZU EINE FIGURENTAFEL.

Der Verfasser ladet hiermit zu der öffentlichen Vorlesung ein, welche er Mittwoch den 28. Juli 1886, um 12 Uhr, im Saale No. 23 des Augusteum halten wird.

LEIPZIG,
DRUCK VON METZGER & WITTIG.
1886.

ELECTROMETRISCHE UNTERSUCHUNGEN.

METHODE ZUR BESTIMMUNG VON CONTACTPOTENTIALDIFFERENZEN OHNE ANWENDUNG DES CONDENSATORS. QUADRANTELECTROMETER VON CONSTANTER EMPFINDLICHKEIT.

HABILITATIONSSCHRIFT

DER

PHILOSOPHISCHEN FACULTÄT

DER

UNIVERSITÄT LEIPZIG

VORGELEGT

VON

Dr. W. HALLWACHS.

HIERZU EINE FIGURENTAFEL.

LEIPZIG,
DRUCK VON METZGER & WITTIG.
1886.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41545809_0046

§ 1.

Vervollständigung der Theorie des Quadrantelectrometers.

Bei der Theorie des Quadrantelectrometers haben diejenigen Ladungen, welche die einzelnen Electrometertheile durch ihre Contactpotentialdifferenzen schon bei Ableitung zur Erde besitzen, bisher keine Berücksichtigung gefunden. Die Einführung der genannten Grössen in die Theorie ist aber namentlich für diejenige Art mit dem Quadrantelectrometer zu messen von Wichtigkeit, welche allein unter constanter Empfindlichkeit ausgeführt werden kann, für die Doppelschaltung. Dieselbe besteht darin, das zu messende Potential zugleich mit der Nadel und dem einen Quadrantenpaar zu verbinden, während das andere zur Erde abgeleitet bleibt. Derartige Messungen, welche ich im physikalischen Institut der Universität Würzburg gelegentlich der Construction des weiter unten zu beschreibenden Electrometers vornahm, lieferten für entgegengesetzt gleiche Potentiale nicht ganz gleiche Ablenkungen. Bei Berücksichtigung der oben erwähnten Ladungen erklärte sich diese Erscheinung und führte dann weiter zu einer instrumentell einfachen Methode, Contactpotentialdifferenzen ohne Benutzung eines Condensators zu bestimmen.

Erinnern wir zunächst an die Maxwell'sche Theorie des Quadrantelectrometers.[1]) Dieselbe geht aus von dem

1) Maxwell, Electr. u. Magn. (Weinstein) 219. p. 350. 1883, s. auch Mascart, Journ. de phys. 6. p. 169. 1877.

Satz, dass die in einem System von Conductoren, deren Potentiale constant erhalten werden, von den electrischen Kräften bei einer Verschiebung geleistete Arbeit gleich dem Energiezuwachs des Systems ist.[1]) Die Energie W lässt sich für ein System von drei Conductoren, wie es bei dem Quadrantelectrometer vorliegt, als Function der Potentiale in folgender Form darstellen:

$$W = \tfrac{1}{2}A^2a + \tfrac{1}{2}B^2b + \tfrac{1}{2}C^2c + ACp + BCq + ABr,$$

wo A, B, C die Potentiale der Quadrantenpaare, resp. der Nadel, a, b, c die Capacitäten der drei Conductoren, p, q, r die Vertheilungscoëfficienten[2]) zwischen den Quadrantenpaaren und der Nadel, resp. zwischen den beiden Quadrantenpaaren untereinander bedeuten.

Dabei ist z. B. p die auf dem Quadrantenpaar Q_1 vertheilte Electricitätsmenge, wenn die Nadel zum Potential 1 geladen, alles Uebrige zur Erde abgeleitet wird. Findet eine Drehung der Nadel um den Winkel $d\vartheta$ statt, so ist:

$$\frac{\partial W}{\partial \vartheta} = \tfrac{1}{2}A^2\frac{\partial a}{\partial \vartheta} + \tfrac{1}{2}B^2\frac{\partial b}{\partial \vartheta} + AC\frac{\partial p}{\partial \vartheta} + BC\frac{\partial q}{\partial \vartheta}.$$

Die Capacität c der Nadel und der Vertheilungscoëfficient r zwischen den Quadrantenpaaren bleibt bei der Drehung constant. Nach dem oben angeführten Satz stellt $\partial W/\partial\vartheta$ auch das Drehmoment D der electrischen Kräfte dar. Ferner ist wegen der Symmetrie des Instrumentes für kleine Ausschläge zu setzen:

$$\frac{\partial p}{\partial \vartheta} = -\frac{\partial q}{\partial \vartheta} = k; \qquad \frac{\partial a}{\partial \vartheta} = -\frac{\partial b}{\partial \vartheta} = -2\beta k,$$

sodass sich ergibt:

$$(\mathrm{I_a}) \qquad D = k(A - B)[C - \beta(A + B)],$$

β wird gleich $\frac{1}{2}$, wenn man bewirkt, dass die Aenderung des Vertheilungscoëfficienten zwischen Nadel und Quadrantenpaar der negativen Aenderung der Capacität des letzteren gleichkommt, was durch geeignete Wahl der Form von Nadel und Quadranten geschehen kann. Für das im Folgenden be-

1) Maxwell, l. c. 93. p. 116.
2) Maxwell, l. c. 87. p. 106.

nutzte Electrometer ergab sich (s. § 17) $\beta = 0{,}4997$; sodass man setzen darf:

$$(I_b) \qquad D = k(A - B)[C - \tfrac{1}{2}(A + B)].$$

Es wird zu ermitteln sein, welche Potentiale bei Versuchen mit dem Electrometer für A, B und C eingesetzt werden müssen.

Nehmen wir der Einfachheit halber an, die Hülle des Electrometers bestehe aus Metall, und zwar durchweg aus demselben. Stehen dann alle Theile des Electrometers mit einer Erdleitung in metallischer Verbindung, so besitzen Quadranten und Nadel nur dann keine Ladungen, wenn sie auch aus dem Material der Hülle gefertigt sind. Dient dagegen ein anderes Metall zu ihrer Herstellung, so weisen sie Ladungen auf, welche sich, falls in die Ableitung zur Erde electromotorische Kräfte eingefügt werden, zu den dadurch vorhandenen addiren und dann die Drehmomente der electrischen Kräfte modificiren können. Der letztere Umstand tritt indess der Form der inneren Theile des Quadrantelectrometers wegen, wenn dieselben aus einem und demselben Material bestehen, nicht ein. Es ergibt sich dann ja dieselbe Aenderung des Potentials auf Nadel und Quadranten, was nach den Formeln (I) keine Aenderung des Drehmoments herbeiführt. Eine Folge davon ist, dass der Anfangspunkt der Potentiale der inneren Theile beliebig gewählt werden kann, wenn wir uns der Betrachtung der Verhältnisse bei materieller Verschiedenheit von Quadranten und Nadel zuwenden. Rechnen wir desshalb die Potentiale von der Hülle des Instrumentes ab. Die Contactpotentialdifferenzen der einzelnen Theile gegen die Hülle zu den besonders angelegten Potentialen hinzugefügt und diese Summen für die Werthe A, B und C in Formel (I) eingesetzt, ergeben dann die Drehmomente der electrischen Kräfte.

Ganz dieselbe Erwägung findet statt, wenn innere Theile zwar aus demselben Metall bestehen, ihre Oberflächen aber keine ganz gleiche Beschaffenheit besitzen. Die Oberflächenschichten der Quadrantenpaare sind wohl selten so gleich, dass bei einem genauer arbeitenden Instrument (s. § 11) ihre

Contactpotentialdifferenz unberücksichtigt bleiben dürfte. Bei dem im § 9 zu beschreibenden Electrometer betrug dieselbe 0,02 Volt (s. § 6).

Führen wir die erwähnten Grössen in die Formel für das Drehmoment ein. Sei

p die Potentialdifferenz der Nadel gegen die Hülle,
V das an die Nadel besonders angelegte Potential,
$m(1+\varepsilon)$ und V_1 die entsprechenden Grössen für Q_1,
$m(1-\varepsilon)$ und V_2 „ „ „ „ Q_2,

so erhält man nach dem Einsetzen dieser Werthe in (I_b):

$$D = k(V_1 - V_2 + 2m\varepsilon)\left(V - \frac{V_1+V_2}{2} + p - m\right);$$

oder, wenn wir schreiben:

$$2m\varepsilon = q_{12} \quad \text{und} \quad p - m = N|Q,$$

sowie statt des Drehmomentes D die demselben proportionale Ablenkung n in Scalentheilen (s. § 13) einführen:

$$(II) \qquad n = \alpha(V_1 - V_2 + q_{12})\left(V - \frac{V_1+V_2}{2} + N|Q\right).$$

§ 2.

Doppelschaltung.

Wir gehen zur Betrachtung einer Beobachtungsweise mittelst des Quadrantelectrometers über, welche zunächst zur experimentellen Prüfung der aufgestellten Formel, dann zu einer Methode zur Bestimmung von Contactpotentialdifferenzen führt (s. § 3) und auch bei Potentialmessungen, wenn es auf Constanz der Empfindlichkeit ankommt, zu empfehlen sein dürfte.

Das Quadrantelectrometer lässt sich in verschiedener Weise zur Messung von Potentialen benutzen. Einmal kann man die Nadel auf ein hohes Potential laden und das zu messende kleine Potential mit den beiden Quadranten verbinden (deren einer eventuell zur Erde abgeleitet wird); diese Schaltung soll, um einen kurzen Ausdruck dafür zu haben, mit Quadrantschaltung bezeichnet werden. Erhält man ferner die Quadranten auf entgegengesetzt gleichem (höherem)

Potential und verbindet die am anderen Ende zur Erde geführte Potentialquelle mit der Nadel, so soll dies Nadelschaltung heissen. Bleibt drittens das eine Quadrantenpaar zur Erde abgeleitet, während das andere zugleich mit der Nadel das zu messende Potential erhält, so möge, wie schon im § 1, von Doppelschaltung gesprochen werden.

Steht bei der letzten Schaltung der positive Pol der anzulegenden Potentialquelle mit der Nadel und Quadrant I in Verbindung, während der negative zur Erde abgeleitet ist, so erhält man eine Ablenkung $\overset{+}{n}_1$, nach dem Commutiren der Pole eine Ablenkung $\overset{-}{n}_1$; werden dann die Quadranten vertauscht, so ergeben sich in entsprechender Weise $\overset{+}{n}_2$ und $\overset{-}{n}_2$. Diese verschiedenen Ausschläge stehen, wenn das zu messende Potential V ist, nach Formel (II) zu den Potentialen in folgender Beziehung:

$$\text{(III)} \qquad \begin{cases} \overset{+}{n}_1 = \alpha\,(V + q_{12})\left(\frac{V}{2} + N|Q\right), \\ \overset{-}{n}_1 = \alpha\,(V - q_{12})\left(\frac{V}{2} - N|Q\right), \\ \overset{+}{n}_2 = -\alpha(V - q_{12})\left(\frac{V}{2} + N|Q\right), \\ \overset{-}{n}_2 = -\alpha(V + q_{12})\left(\frac{V}{2} - N|Q\right). \end{cases}$$

Daraus findet man:

$$\text{(IV)} \qquad \begin{cases} \overset{+}{n}_1 - \overset{-}{n}_1 = \quad 2\alpha V\left(N|Q + \frac{q_{12}}{2}\right) \\ \overset{+}{n}_2 - \overset{-}{n}_2 = -2\alpha V\left(N|Q + \frac{q_{12}}{2}\right) \\ \hline \overset{+}{n}_1 - \overset{-}{n}_1 - \overset{+}{n}_2 + \overset{-}{n}_2 = 4\alpha V\,(N|Q). \end{cases}$$

Die Ablenkungen $\overset{+}{n}_1$ und $\overset{-}{n}_1$ bezw. $\overset{+}{n}_2$ und $\overset{-}{n}_2$ für entgegengesetzt gleiche Potentiale sind also nicht einander gleich, sondern unterscheiden sich um dem angelegten Potential V proportionale Werthe. Die Differenzen verdanken, wenn die beiden Quadrantenpaare aus gleichem Material bestehen, ihr Entstehen wesentlich der Potentialdifferenz zwischen Nadel und Quadranten: z. B. beträgt

die Potentialdifferenz einer frisch geputzten Aluminiumnadel gegen die Quadranten des benutzten Electrometers 0,94 Volt (s. § 4), während q_{12} nur gleich 0,02 Volt ist. Es muss daher die Differenz für positive und negative Electrisirung schon nahezu dem angelegten Potential proportional sein, selbst wenn nicht unter Vertauschung auch der Quadranten beobachtet wird. Ermittelt man sämmtliche vier Ablenkungen, so müssen sich nach Formel (IV) Differenzen ergeben, welche dem angelegten Potential vollständig proportional sind (vorausgesetzt, dass die Ablenkungen eventuell wegen kleiner Veränderlichkeit des Drehmomentes mit der Ablenkung corrigirt worden sind s. § 13). Was die Grösse der Differenzen betrifft, so sei bemerkt, dass für das benutzte Instrument $\alpha = 3$ war, wenn die Potentiale in Volt angegeben werden, und die Scale drei Meter Abstand hat. Man erhält dann, unter Benutzung eines Potentials $V = 17$, für $N|Q = 1$ Volt:

$$4\,\alpha\, V\, N|Q = 200 \text{ Scalentheile,}$$

während die mittlere, einseitige Ablenkung 430 Scalentheile (mm) beträgt.

Als experimenteller Beleg für die Formel (IV) mögen einige Beobachtungen mit einer Nadel angeführt werden, welche gegen die Quadranten eine Potentialdifferenz von 0,16 Volt besass. Die erste Reihe enthält die angelegten Potentiale V in Volt, die zweite gibt die Werthe $n = \overset{+}{n_1} - \overset{-}{n_1} - \overset{+}{n_2} + \overset{-}{n_2}$ in Scalentheilen, die Grössen $n/V = 4\alpha N|Q$ in der dritten Reihe erweisen sich als constant.

V	17,68	15,72	13,75	11,78	9,82	7,86	5,91
n	33,8	30,4	26,2	22,9	18,7	15,0	11,1
$4\alpha N\|Q$	1,92	1,94	1,91	1,95	1,91	1,91	1,88

Als Potentialquelle dienten hierbei zehn kleine Chromsäureelemente, wie sie zu medicinischen Zwecken benutzt werden. Dieselben schickten einen Strom durch 28000 S.-E. aus Neusilberdraht und durch ein Wiedemann'sches Galvanometer. Indem man von verschiedenen Widerständen des Stromkreises das eine Ende mit der Erde, das andere mit dem Electrometer verband, konnten die Potentiale variirt

werden, während gleichzeitige Ablesungen am Galvanometer ergaben, wie der Gesammtwiderstand des Kreises zu ändern sei, um den Strom constant zu halten.

§ 3.

Methode zur Bestimmung von Contactpotentialdifferenzen.

Die Erwägungen des vorigen Paragraphen geben eine einfache Methode zur Bestimmung von Contactpotentialdifferenzen an die Hand. Nach Formel (IV) ist ausser der Ermittelung der vier Electrometereinstellungen nur noch die Kenntniss der Constante α des Instrumentes und eine gleichzeitige Messung des Potentials V nöthig, um die Potentialdifferenz zwischen Nadel und Quadranten finden zu können. Führt man Nadeln aus verschiedenen Metallen in das Instrument ein, so ergeben sich die Differenzen $N_1 | Q$; $N_2 | Q$ u. s. w., und damit auch die Spannungsunterschiede $N_1 | N_2$ zwischen den Metallen selbst.

Wenn die Ausführung dieser Methode gute Werthe ergeben soll, ist es in erster Linie nothwendig, ein Quadrantelectrometer zu construiren, welches mit grösserer Präcision arbeitet, wie die im Gebrauche befindlichen, damit die Differenzen der Ablenkungen für entgegengesetzt gleiche Potentiale genügend scharf ermittelt werden können. Das benutzte Instrument, mit welchem sich Potentiale bis auf etwa ein Tausendtel genau bei constanter Empfindlichkeit des Apparates messen lassen, wird § 9 beschrieben werden (über die Genauigkeit der Einzelbestimmungen bei demselben siehe § 11).

Ferner muss die Grösse α für jede neu in das Instrument eingeführte Nadel von neuem bestimmt werden. Denn es ist nicht möglich, der Nadel jedesmal innerhalb der Quadranten dieselbe Höhe zu geben, da die Bestimmungen der Contactpotentialdifferenzen frisch gereinigter Oberflächen rasches Arbeiten verlangt, die Empfindlichkeit des Instrumentes sich aber mit der Verschiebung der Nadel nach der Verticalen ändert (s. § 12). Auch werden die einzelnen Nadeln nie vollständig gleiche Form haben, sondern in verschiedener

Weise verbogen sein. Die Nothwendigkeit α immer von neuem zu bestimmen, erfordert übrigens keine besonderen Messungen, da sich diese Grösse aus den doch zu beobachtenden Einstellungen ergibt. Aus den Formeln (III) § 2 folgt:

$$\text{(V)} \qquad \left\{ \begin{array}{l} \overset{+}{n_1} - \overset{-}{n_1} = \alpha V(V + q_{12}) \\ \overset{-}{n_1} - \overset{+}{n_2} = \alpha V(V - q_{12}) \\ \hline \overset{+}{n_1} - \overset{-}{n_1} - \overset{+}{n_2} - \overset{-}{n_2} = 2\alpha V^2 \end{array} \right. .$$

Entnimmt man hieraus α und führt es in (IV) ein, so ergibt sich:

$$\text{(VI)} \qquad N|Q = \frac{V}{2} \frac{\overset{+}{n_1} - \overset{-}{n_1} - \overset{+}{n_2} + \overset{-}{n_2}}{\overset{+}{n_1} + \overset{-}{n_1} - \overset{+}{n_2} - \overset{-}{n_2}},$$

sodass ausser den vier Einstellungen nur noch V zu beobachten ist, was am einfachsten auf galvanometrischem Wege geschieht; $N|Q$ kann dann leicht gleich in Volt ermittelt werden.

Die Genauigkeit der Methode hängt im wesentlichen von der Grösse des Fehlers in der Bestimmung von $n = \overset{+}{n_1} - \overset{-}{n_1} - \overset{+}{n_2} + \overset{-}{n_2}$ ab. Dieser Fehler setzt sich zusammen aus den Fehlern bei den vier Ablesungen, aus den Instrumentalfehlern (s. § 11) und aus Fehlern, welche bereits durch kleine, nicht immer ganz vermeidliche Schwankungen von V während der drei Minuten erfordernden Bestimmung der vier Einstellungen hervorgerufen werden. Der absolute Betrag des Fehlers ist fast unabhängig von n, er wird also für kleine $N|Q$ procentisch am wirksamsten sein. Aus folgender Zusammenstellung, für welche Versuche mit kleinem $N|Q$ gewählt sind, ersieht man die Genauigkeit, welche hier zu erreichen ist. Je zwei zusammengehörige Spalten geben eine Reihe hintereinander angestellter Messungen der mit Benutzung des einen oder des anderen Quadrantenpaares auftretenden Differenzen $\overset{+}{n_1} - \overset{-}{n_1}$, resp. $\overset{+}{n_2} - \overset{-}{n_2}$ (Formel IV) für positive und negative Electrisirung. Da bei diesen Versuchen $N|Q$ etwa gleich 0,1 Volt war, entsprechen einem Scalentheil in der folgenden

Tabelle etwa 0,01 Volt. Die beiden Spaltenpaare beziehen sich nicht auf ganz gleiche Verhältnisse der Nadel, sind also nicht untereinander vergleichbar:

+ − $n_1 - n_1$	+ − $n_2 - n_2$	+ − $n_1 - n_1$	+ − $n_2 - n_2$
12,1	10,9	12,4	11,9
12,0	10,7	12,7	11,4
12,1	10,5	12,1	10,9
12,3	10,7	12,5	11,8
11,8	10,9	11,9	11,0

Aus dieser Zusammenstellung ergibt sich, dass man den Fehler einer einzelnen Bestimmung auf einige Tausendtel Volt zu veranschlagen hat.

Der Vortheil der Methode liegt hauptsächlich in dem Wegfall des zu diesen Bestimmungen immer benutzten Condensators, wodurch die mit der Anwendung desselben verbundenen Fehlerquellen, nämlich die Abhängigkeit von der Isolation, von Influenzwirkungen und eventuell von Aenderungen in der Verstärkungszahl beseitigt werden. Auf die bei Messungen dieser Art zuerst von R. Kohlrausch beobachtete Parteilichkeit des Condensators, welche im allgemeinen keine Fehler für diese Bestimmungen hervorruft, soll bei einer späteren Gelegenheit zurückgekommen werden.

§ 4.

Bestimmung der Contactpotentialdifferenzen einiger Metalle.

Nach der im vorigen Paragraphen beschriebenen Methode wurden die Potentialdifferenzen einiger Metalle bestimmt und folgende Resultate gefunden, denen vergleichbare Messungen anderer Beobachter gegenübergestellt sind:

	Potentialdifferenz in Volt		
	Zn | Cu	Cu | Ag	Zn | Pt
Clifton[1])	0,852	—	—
Pellat[2])	0,86	0,18	1,02
Hallwachs	0,843	0,178	1,06

1) Clifton, Proc. Roy. Soc. **26.** p. 299. 1877; Beibl. **1.** p. 568. 1877.
2) Pellat, Thèse de Docteur Nr. 461—881; Beibl. **5.** p. 606. 1881.

Um auch mit den Werthen älterer Beobachter vergleichen zu können, setzen wir Zn | Cu = 100.

	Zn | Cu	Zn | Pt	Zn | Ag	Al | Zn
R. Kohlrausch[1])	100	123	109	—
Gerland[2])	100	—	109	—
Hankel[3])	„	123	118	20
Pellat[4])	„	126	121	—
Hallwachs	„	118	121	13

Die Ausführung der Versuche ist im Folgenden beschrieben. Zur Herstellung der Nadeln dienten dünne Bleche aus den verschiedenen Metallen, welche nach Muster der § 9 erwähnten Aluminiumnadel (s. Fig. 1) ausgeschnitten wurden. Das Cu, Ag, Pt und Al war chemisch rein, Schablonenblech aus Zn, welches nur sehr wenig Blei und eine Spur Cadmium enthielt, fand zur Herstellung der Zinknadel Verwendung. Direct vor dem Versuche wurde das Metall zunächst mit feinem Schmirgelpapier abgerieben, dann mit feinstem Bimssteinpulver und etwas Stearinöl geputzt. Durch gründliches Abreiben mit Fliesspapier und schliesslich mit Leder, liess sich der Nadel eine völlig blanke Oberfläche geben. Nach der Beendigung des Putzens sind etwa fünf Minuten erforderlich, um die Nadel zum Versuche fertig in das Electrometer einzuhängen, vorausgesetzt, dass man sich einige Uebung in den vorzunehmenden Manipulationen erworben hat, und eventuell ein zweiter Beobachter seine Hülfe leiht. Zu diesem Zwecke wird vorher der bewegliche Quadrant des Electrometers (s. § 9 u. Fig. 2 u. 4) durch die Thür des Gehäuses hindurchgeführt. Nach dem Befestigen am Nadelhalter (s. Fig. 3) lässt sich dann die Nadel in das Instrument einsetzen. Dabei kann man leicht die Einrichtung treffen, dass dieselbe nach dem Einhängen nicht mehr als etwa 2^0 von der Symmetrielage abweicht. Durch eine kleine Drehung am Torsionskopf erhält die Nadel dann die genauere

1) R. Kohlrausch, Pogg. Ann. **88.** p. 472. 1853.

2) Gerland, Pogg. Ann. **133.** p. 513. 1868.

3) Hankel, Abhandl. d. königl. sächs. Ges. d. Wiss. math.-phys. Cl. **7.** p. 604. 1865.

4) Pellat, l. c.

Orientirung, worauf die Messung beginnen kann. Bei den Versuchen mit der benutzten, etwas schweren Platinnadel wurde der grossen Schwingungsdauer halber zu diesen Manipulationen die doppelte Zeit, wie oben angegeben, erfordert.

Zur Ermittelung der vier Einstellungen n (s. Formel VI) wurde ein Potential von 14 — 18 Volt angewendet. Man erhielt dasselbe durch Abzweigen von einem geeigneten Widerstand des aus zehn Spamer'schen Chromsäureelementen und 28000 S.-E. Widerstand gebildeten Stromkreises. Ein Wiedemann'sches Galvanometer mit bekanntem Reductionsfactor auf Ampère ergab die Stromstärke. Der Berechnung des Potentials in Volt liegt das electrolytische Aequivalent des Silbers (1,1183) und die Beziehung 1 S.-E. = 0,944 Ohm zu Grunde.

Frisch geputzte metallische Oberflächen weisen bekanntlich zu Anfang Veränderungen ihres electrischen Verhaltens auf, welche bei Al und Zn sehr grosse Werthe erreichen. Später werden diese Aenderungen geringer, um sich schliesslich bei älteren Oberflächen, wie sie die Quadranten des benutzten Instrumentes bei den hier ausgeführten Messungen besassen, zu verlieren. Das Potential der Quadranten lässt sich daher als Anfangspunkt für die zu bestimmenden Spannungsdifferenzen benutzen. Die folgende Tabelle gibt die Resultate der gleich nach dem Einsetzen der Nadeln bestimmten Differenzen $N_{|}Q$ der betreffenden Metalle gegen die Quadranten. Die zweite Spalte enthält die doppelte, mittlere Electrometerablenkung, d. h. $\overset{+}{n_1} + \overset{-}{n_1} - \overset{+}{n_2} - \overset{-}{n_2}$ (s. Formel VI § 3), die dritte Spalte die Differenzen $\overset{+}{n_1} - \overset{-}{n_1} - \overset{+}{n_2} + \overset{-}{n_2}$ für positive und negative Electrisirung.

	Mittlere Electrometerablenkung in Scalentheilen	Differenz der + u. − Ablenk. in Scalentheilen	Contactpotentialdifferenz in Volt
Cu | Q	1880	−4,3	−0,018
Zn | Q	1490	160,4	+0,825
Al | Q	1384	171,3	+0,937
Ag | Q	1544	−40,0	−0,196
Pt | Q	1786	−53,8	−0,238

Aus diesen Werthen sind die Angaben zu Anfang dieses Paragraphen berechnet worden.

Zur Orientirung über die Grösse der Aenderungen in dem electrischen Verhalten der frisch gereinigten Oberflächen mögen folgende Angaben dienen:

Cu | Q Gleich nach dem Eins. d. Nadel	Ag | Q Gleich nach dem Einsetzen	Zn | Q Gleich nach dem Einsetzen
−0,018	−0,196	0,825
$^1/_4{}^h$ später	—	4 Min. darauf
−0,040	—	0,814
$2{,}5^h$ später	—	4 Stund. darauf
−0,043	—	0,755
18^h später	15^h später	—
−0,056	−0,218	—

Da sich das Zink so rasch ändert, ist der zu Anfang des Paragraphen gegebene Werth für Zn | Cu wohl noch etwas zu vergrössern, wenn es sich auf ganz reine Oberflächen beziehen soll, denn das Kupfer wird langsamer negativ als das Zink, indess kommen hier noch andere Umstände in Betracht, welche eine derartige Correction als überflüssig erscheinen lassen.

Bei weitem die erheblichste Veränderung der Oberfläche zeigt Aluminium. Die Aluminiumnadel war etwa $^1/_2$ Jahr zu Messungen bei dem Electrometer verwendet und vor ihrem erstmaligen Einführen in das Instrument nicht geputzt worden. Sie besass damals eine Potentialdifferenz von etwa 0,2 Volt gegen die Quadranten, welche im Lauf der Zeit auf 0,1 herunterging. Nach dem Putzen in der oben angegebenen Weise ergab sie eine Differenz von 0,94 Volt. Dies Verhalten des Aluminiums macht es erklärlich, dass die bei der Messung mit Doppelschaltung auftretenden Differenzen zwischen positiver und negativer Ablenkung von anderen Beobachtern nicht weiter beachtet worden sind.

Nach dem Vermessingen zeigte die Nadel eine Differenz von etwa 0,1, welche durch Erwärmen auf 0,02 herunterging. In ähnlicher Weise wie Erwärmen wirkte Befeuchten mit Wasser. Es lässt sich so das Potential der Nadel und der

Quadranten abgleichen, was für die Messungen mit Doppelschaltung und für die Anwendung des später zu beschreibenden Potentialverstärkers von Wichtigkeit ist.

§ 5.

Orientirung eines Quadrantelectrometers.

Die Ergebnisse der vorigen Paragraphen führen zu einer Methode, die Nadel eines Quadrantelectrometers richtig zu orientiren. Die Nadel soll so eingestellt werden, dass die beiden Quadrantenpaare gleichmässig auf dieselbe wirken, während die Forderung, dass bei Ableitung sämmtlicher Quadranten die Nadel durch die Mittheilung einer Ladung nicht abgelenkt werden soll, im allgemeinen unerfüllbar ist, da meist eine electrische Differenz zwischen den Quadrantenpaaren bestehen wird. Dieselbe hat zur Folge, dass bei abgeleiteten Quadranten entgegengesetzt gleiche Ladungen der Nadel, falls dieselbe orientirt ist, entgegengesetzt gleiche Ablenkungen hervorrufen. Setzt man nämlich in Formel II § 1 $V_1 = V_2 = 0$ und $V = \pm P$, so wird:

$$\text{(VII)} \qquad \begin{cases} n_1 = \alpha q_{12} (\quad P + N \mid Q) \\ n_2 = \alpha q_{12} (- P + N \mid Q), \end{cases}$$

sodass bei Anwendung eines gegen $N \mid Q$ grossen Potentials diese Ablenkungen entgegengesetzt gleich werden, wenn die Quadranten gleichmässig auf die Nadel wirken. Die folgende Tabelle gibt ein Beispiel für eine Orientirung nach diesem Princip. In der ersten Reihe finden sich die Scalenablesungen bei Ableitung aller Electrometertheile zur Erde, wie sie nach einander durch Drehen des Torsionskopfes erhalten wurden, die zweite und dritte Reihe geben die Einstellungen, nachdem die Nadel ein Potential von rund ± 60 Volt erhalten hatte, die vierte und fünfte Reihe die entsprechenden Ablenkungen aus der Lage bei abgeleiteter Nadel.

Nullpunkt		590	150	126,0	136,6
Einstellung für	+60 V.	510	157	129,4	141,1
	−60 V.	460	146	120,4	132,3
	n_1	−80	+7	+3,4	+4,5
	n_2	−130	−4	−5,6	−4,3

Die Ausführbarkeit der Orientirung auf die angegebene Weise, welche aus der Tabelle erhellt, beweist am übersichtlichsten, dass eine Potentialdifferenz zwischen den Quadranten vorhanden ist. Die Orientirung lässt sich auch unter Anwendung einer anderen Schaltungsweise ausführen, aber die angegebene führt einfacher zum Ziel.

§ 6.

Bestimmung der Potentialdifferenz der Quadrantenpaare.

Zur Bestimmung der Potentialdifferenz der Quadrantenpaare kann man auf folgende Weise vorgehen.

a) Aus Formel (VII) des vorigen Paragraphen ergibt sich für die Summe $n_1 - n_2$ der Ablenkungen nach entgegengesetzten Seiten, wenn bei Ableitung aller Quadranten, entgegengesetzt gleiche Potentiale an die orientirte Nadel angelegt werden:

$$n_1 - n_2 = 2\,\alpha\, q_{12}\, P.$$

Für P ist bei der hier erforderlichen Genauigkeit keine besondere Messung nöthig, man setzt vielmehr z. B. bei der Anwendung Daniell'scher Elemente die electromotorische Kraft eines derselben gleich 1,1 Volt. α bestimmt sich eventuell am einfachsten so, dass ein Quadrantenpaar, nehmen wir an Q_1, mit einem Daniell verbunden und die Ablenkungen N_1 und N_2 bei dem Laden der Nadel auf $\pm P$ beobachtet werden. Dann ist:

$$\alpha = \frac{N_1 - N_2}{2PD}.$$

Damit man für q_{12} das richtige Vorzeichen erhält, d. h. damit es die Potentialdifferenz des Quadrantenpaares, welches bei der Bestimmung von α geladen wird, gegen das andere Paar darstellt, sind die Ablenkungen N_1, bezw. N_2 positiv oder negativ zu setzen, je nachdem sie in gleicher oder entgegengesetzter Richtung stattfinden wie n_1, bezw. n_2.

Bei dem benutzten Instrument fand sich nach der Orientirung der Nadel (s. Tab. § 5), $n_1 - n_2 = 8{,}8$ und $\alpha = -3{,}6$, während das Potential P, von 30 Chromsäureelementen zu je 1,94 Volt geliefert, 58 Volt betrug. Daraus ergibt sich:

$$q_{12} = -0{,}021 \text{ Volt}.$$

b) Um eine Controle für diesen Werth zu erhalten, lässt sich z. B. folgendermassen verfahren. Man ladet nach dem Orientiren Nadel und Quadranten auf die zwei Arten der folgenden Zusammenstellung (D Potential von etwa 1 Volt, P Potential von etwa 60 Volt beim angestellten Versuch) und bestimmt jedesmal die Ablenkung aus der Lage, welche stattfindet, wenn die Nadel und die Quadranten abgeleitet werden:

$$Q_1 \begin{matrix} +D/2 \\ -D/2 \end{matrix} \qquad Q_2 \begin{matrix} -D/2 \\ +D/2 \end{matrix} \qquad \text{Nadel} \begin{matrix} P \\ P \end{matrix}.$$

Für die Differenz $n_1 + n_2$ der beiden Ablenkungen ergibt sich dann aus Formel (II):

$$n_1 + n_2 = 2\alpha q_{12}(P + N|Q).$$

Der Versuch lieferte $n_1 + n_2 = 8{,}5$; $\alpha = -3{,}6$; $P = 58$ also

$$q_{12} = -0{,}020 \text{ Volt.}$$

Dass dieser Werth bis auf 0,001 Volt mit dem unter a) gefundenen übereinstimmt, ist dem Zufall zuzuschreiben. Denn einmal ist $n_1 + n_2$ die Differenz von 2 Ausschlägen von je 240 Scalentheilen, ausserdem aber P in beiden Fällen nicht besonders gemessen, sondern aus der öfter ermittelten electromotorischen Kraft der benutzten Elemente berechnet.

Ein anderer Versuch, bei welchem die Nadel geladen blieb, die Quadrantenpaare auf ein Daniell, resp. Null geladen und dann vertauscht wurden, ergab aus der Differenz der beiden beobachteten Ablenkungen:

$$q_{12} = -0{,}027.$$

Diese beiden unter b) angegebenen Bestimmungen sollen nur zur Controle für den nach a) erhaltenen Werth dienen.

§ 7.

Messmethoden.

Es wird von Interesse sein, die verschiedenen, bei dem Electrometer anwendbaren Messmethoden unter Berücksichtigung der zwischen den Electrometertheilen vorhandenen Potentialdifferenzen zu betrachten. Dabei sei vorausgesetzt, dass man die Scalenausschläge den Drehmomenten der electri-

schen Kräfte proportional setzen darf, wie es sich weiter unten (§ 13) für das benutzte Instrument als sehr nahe zutreffend erweisen wird.

a) Doppelschaltung.[1])

Die Doppelschaltung bringt den Vortheil constanter Empfindlichkeit mit sich, wenn nur die Construction des Instrumentes selbst keinen Anlass zur Inconstanz der Angaben liefert (s. § 15); denn bei dieser Methode sind die Drehmomente der electrischen Kräfte nur von dem zu messenden Potential und nicht noch von einem fremden, variirenden Ladungspotential abhängig. Indess kann die Empfindlichkeit des Quadrantelectrometers nicht gut so weit gesteigert werden, dass sich Potentiale von weniger als 4 Volt auf diese Weise direct bestimmen liessen. Indirect ist dies möglich, wenn man sich des in einer späteren Abhandlung zu beschreibenden Potentialverstärkers bedient, welcher die zu messenden Potentiale in constanter Weise extra auf das zehnfache zu heben gestattet, sodass das gebrauchte Electrometer für 1 Volt beim Commutiren der Quadranten einen Ausschlag von 300 mm bei 3 m Abstand ergibt.

Die Gleichungen (V) § 3 zeigen, dass bei Doppelschaltung das angelegte Potential V aus den vier zu beobachtenden Ablenkungen n (s. § 2) nach der Beziehung zu erhalten ist:

$$(V) \qquad V^2 = \frac{1}{2\alpha}(\overset{+}{n}_1 + \overset{-}{n}_1 - \overset{+}{n}_2 - \overset{-}{n}_2),$$

wo sich die + und — Zeichen auf das Vorzeichen der Ladung die Ziffern 1 und 2 auf das geladene Quadrantenpaar beziehen.

Indess ist die Beobachtung von vier Einstellungen zu umständlich; es reicht aus, zwei davon zu ermitteln, welche unter gleichzeitiger Vertauschung des Quadranten und der Pole stattfinden. Nach Gleichung (III) § 2 ist nämlich:

$$\overset{+}{n}_1 - \overset{-}{n}_2 = \alpha\, V(V + q_{12}),$$
$$\overset{-}{n}_1 - \overset{+}{n}_2 = \alpha\, V(V - q_{12}),$$

1) s. § 2.

wofür sich auch, da q_{12} klein gegen V ist, setzen lässt:

$$\overset{+}{n_1} - \overset{-}{n_2} = \alpha\left(V + \frac{q_{12}}{2}\right)^2$$

$$\overset{-}{n_1} - \overset{+}{n_2} = \alpha\left(V - \frac{q_{12}}{2}\right)^2.$$

Führen wir noch für die Ablenkungen n die entsprechenden Scalenablesungen s ein, so erhalten wir:

(VIII)
$$\begin{cases} V = c\sqrt{\overset{+}{s_1} - \overset{-}{s_2}} & - \frac{1}{2} q_{12} \\ \quad = c\sqrt{\overset{-}{s_1} - \overset{+}{s_2}} & + \frac{1}{2} q_{12}, \end{cases}$$

$\frac{1}{2} q_{12}$ wird meist zu vernachlässigen sein, bei dem benutzten Instrument war es gleich 0,01 Volt (s. § 6), eventuell kann man die kleine Correction anbringen.

Die Beziehung zwischen den Potentialen und den Einstellungen, welche unter Vertauschung der Quadranten, aber ohne gleichzeitiges Vertauschen des Potentialvorzeichens erhalten werden, ist für eine Messmethode im allgemeinen nicht einfach genug. So hat man z. B.:

$$\overset{+}{n_1} - \overset{+}{n_2} = \alpha V(V + 2N_1 Q);$$

selbst für den Fall, dass die Aluminiumnadel vermessingt und damit der Werth von $N|Q$ herabgedrückt wird, ist die zuerst angegebene Beobachtungsweise vorzuziehen.

b) Nadelschaltung.[1])

Erhalten die Quadrantenpaare entgegengesetzt gleiche Potentiale $\pm V/2$, während die Nadel zur Erde abgeleitet bleibt, so tritt eine Ablenkung n_0 ein, welche sich aus Formel (II) § 1 als:

$$n_0 = \alpha(V + q_{12}) N|Q$$

ergibt. Dieselbe beträgt für eine frisch geputzte Aluminiumnadel bei dem benutzten Instrument und 3 m Abstand für $V/2 = \pm 50$ Volt im geringsten Falle, d. h. wenn sich die Nadel in Minimumstellung befindet (s. § 12), 300 mm und wird bei einer Nadel mit alter Oberfläche auf 30 mm herabgehen können. Führt man die Nadel eventuell durch Drehen

1) s. § 2.

des Torsionskopfes in die Symmetrielage zurück, so sind die Ablenkungen aus derselben, wenn die Nadel auf ein Potential D gebracht wird, dem letzteren proportional. Es findet sich nämlich aus Formel (II):

$$n - n_0 = \alpha D (V + q_{12}).$$

Unter Vertauschung des Vorzeichens des Nadelpotentials erhält man zwei Scalenablesungen s_1 und s_2, die zu der Beziehung führen:

$$\text{(IX)} \qquad D = \frac{s_1 - s_2}{2\alpha (V + q_{12})}.$$

Dieselbe bleibt auch für den Fall bestehen, dass die Quadranten nicht entgegengesetzt gleiche Potentiale erhalten, wenn nur ihre Differenz nicht geändert wird. Dann erhält nämlich nur die Ablenkung n_0 einen anderen Werth, und nach dem Zurückführen der Nadel in die Symmetrielage bleiben die Ablenkungen nach beiden Seiten entgegengesetzt gleich und dem zu messenden Potential proportional, wie man sich leicht überzeugen kann. Nur werden für den Fall, dass n_0 gross ist, secundäre Einflüsse (Veränderungen der Ladungspotentiale, elastische Nachwirkung), indem sie Inconstanz des Nullpunktes herbeiführen, die Messung stören können.

c) Quadrantschaltung.[1])

Ladet man die Nadel auf ein relativ hohes Potential V und lässt die Quadrantenpaare zur Erde abgeleitet, so ergibt sich ähnlich wie unter b) eine Ablenkung:

$$n_0 = \alpha q_{12} (V + N | Q),$$

die aber nur ein paar Scalentheile, beträgt, weil q_{12} klein ist. Für die zu beobachtenden Ablenkungen aus dieser Lage folgt aus Formel (II):

$$n - n_0 = \alpha \left[(V_1 - V_2) \left(V - \frac{V_1 + V_2}{2} + N | Q \right) - q_{12} \frac{V_1 + V_2}{2} \right].$$

Es sind nun zwei Fälle zu unterscheiden. Man kann entweder die zu messende Potentialquelle so anlegen, dass die Quadrantenpaare nahe entgegengesetzt gleiches Potential $\pm D/2$ erhalten, oder es bleibt das eine Quadrantenpaar abge-

1) s. § 2.

leitet und dem anderen wird das zu messende Potential zugeführt. Für den ersten Fall verschwinden die Glieder mit $(V_1 + V_2)/2$, und es ist:

(X_a) $$n - n_0 = \alpha D(V + N|Q).$$

Es ergeben sich also D proportionale Ablenknngen, welche beim Commutiren ihren absoluten Werth nicht ändern. Gewöhnlich wird der zweite Fall vorliegen; es ist dann z. B. $V_2 = 0$ und $V_1 = \pm D$, also:

$$n' = n - n_0 = \pm \alpha D\left(V + N|Q - \frac{q_{12}}{2}\right) - \frac{\alpha}{2} D^2,$$

d. h. wenn wir die Scalenablesungen einführen:

(X_b) $$n_1' - n_2' = 2\alpha D\left(V + N|Q - \frac{q_{12}}{2}\right).$$

Aus den Formeln (IX. und X.) ersieht man, in welcher Weise die Contactpotentialdifferenzen der inneren Electrometertheile auf die Messungen Einfluss gewinnen.

Die Formel (X_b) zeigt, dass $n'_1 - n'_2$ dem zu messenden Potential zwar proportional ist, dass aber die beiden Ablenkungen nicht einander gleich sind. Ihre Differenz Δ beträgt in Theilen des ganzen Ausschlages:

$$\Delta = \frac{D}{2V},$$

und zwar sind bei positivem V die Ablenkungen für negatives D grösser. Dies macht bei $V = 100$ Volt für $D =$ 2 Volt schon 1 Proc. aus. Auf diesen Umstand ist hier zurückgekommen worden, weil, wie mir scheint, die angeführten Unterschiede zuweilen der Unsymmetrie des Instrumentes zur Last gelegt worden sind.

§ 8.

Kritik der vorhandenen Constructionen des Quadrantelectrometers.

Es ist schon erwähnt worden, dass die erheblichen Mängel, welche den Messungen mittelst des Quadrantelectrometers noch anhaften, den Anlass zu Veränderungen an demselben gegeben haben. Die Genauigkeit der Einzelbestimmungen lässt ja zu wünschen übrig, dann ist auch die

variable Empfindlichkeit des Apparates lästig, welche eine Reihe von nicht immer gerade genauen Controlmessungen im Gefolge hat. Eine eingehendere Besprechung der einzelnen Fehlerquellen wird die Gesichtspunkte hervortreten lassen, welche eine Neuconstruction zu leiten haben.

a) Was zunächst die Einzelbestimmungen betrifft, so ist meist beobachtet worden, dass sowohl die Ablenkungen mit der Zeit etwas wachsen, als auch dass der Nullpunkt sich im Sinne des vorherigen Ausschlages verschoben zeigt. Bei Instrumenten mit Torsion hat man den Fehler zum Theil der elastischen Nachwirkung zur Last gelegt, dann wurde der Grund der Erscheinung in Electricität gesucht, welche sich allmählich den Isolatoren im Apparat mittheilt, schliesslich auch die Fehler in Betracht gezogen, welche die Anwendung einer Flüssigkeitsdämpfung bei den kleinen Directionskräften der Quadrantelectrometer mit sich bringt.

Um sicheren Aufschluss darüber zu erhalten, ob nicht die berührten Unregelmässigkeiten ihrem Hauptbetrage nach der Anwendung einer Flüssigkeitsdämpfung zuzuschreiben seien, wurden bei einem Kirchhoff'schen Electrometer, bei welchem die Deckplatte von Glas nahe über der Nadel liegt, und welches die Erscheinung in ähnlicher Weise, nur etwas kräftiger zeigte, wie ein Mascart'sches und ein Edelmann'sches Instrument, folgende Versuche angestellt. Statt des Glasfadens trug ein Coconfaden die Nadel, die messende Kraft lieferte ein am Nadelhalter befestigter kleiner Magnet von der Directionskraft 0,96 $\frac{cm^2\,gr}{sec^2}$; das Torsionsverhältniss war 0,001, sodass die elastische Nachwirkung des Coconfadens nicht störend wirken konnte. Rief man einmal durch electrische Ladungen, das anderemal durch einen äusseren Magnet Ablenkungen hervor, so zeigte sich der erwähnte Gang in gleicher Weise. Derselbe verschwand aber, nachdem die Flüssigkeitsdämpfung entfernt, und die Electricitätszuleitung durch ein feines unten an der Nadel angebrachtes Goldblatt vermittelt worden war.[1])

1) Zuweilen veranlasst auch ein anderer Umstand das Kriechen der Nadel, nämlich schlechter Contact im Inneren des Electrometers. Ich fand einmal den erwähnten Fehler in sehr starkem Maasse bei einem

Einige Versuche sollten dann Aufschluss darüber geben, ob sich die nach dem Vorigen durch Anwendung der Flüssigkeitsdämpfung verursachten Fehler so weit herabdrücken liessen, dass sie die electrometrischen Messungen nur auf weniger als 0,1 Proc. beeinflussten, welche Genauigkeit für ein zu construirendes Instrument in Aussicht genommen war. Zu diesem Zwecke wurde ein Magnetometer mit Flüssigkeitsdämpfung und Spiegelablesung hergestellt, dessen Magnet die Directionskraft 0,96 $\frac{cm^2 gr}{sec^2}$ besass. Gegen Eindringen von Staub schützte die Construction des Apparates vollständig. Der die Flüssigkeitsoberfläche durchdringende Platindraht besass entweder 0,1 oder 0,4 mm Durchmesser. Ein in gehöriger Entfernung, in genügend fixirten Lagen, anzubringender Magnet gestattete, dem Instrument Ablenkungen zu ertheilen, deren Constanz unter eventueller gleichzeitiger Beobachtung eines Variometers controllirt wurde. War der Platindraht nicht durch vorheriges Herunterlassen an der Durchdringungsstelle längere Zeit mit der Flüssigkeit in Berührung geblieben und dadurch vollständig benetzt worden, so überschritten die Differenzen der einzelnen Ablenkungen die oben gesetzte Grenze bedeutend. Aber auch Versuche, bei welchen auf die angegebene Weise für gute Benetzung des Platindrahtes gesorgt worden war, und welche sämmtlich mit dem dünneren Platindraht (0,1 mm Durchmesser) bei besonderer Achtsamkeit auf gerades Durchschneiden der Flüssigkeitsoberfläche durch denselben ausgeführt wurden, ergaben Fehler, welche die gestellte Bedingung nicht ganz erfüllten. Als Dämpfungsflüssigkeit diente concentrirte und 31 Proc. H_2SO_4, die entweder mit der Pipette direct aus der Vorrathsflasche in das Magnetometergefäss gebracht oder zuvor durch Glaswolle filtrirt wurde. Bei einem Ausschlag von 200 Scalentheilen über-

---

Edelmann'schen Electrometer; nach manchen vergeblichen Versuchen, das Instrument in einen brauchbaren Zustand zu bringen, wurde der Fehler dadurch zum grössten Theil gehoben, dass man das Messinghäkchen, in welches der den Dämpferflügel tragende Draht eingehängt war, blank putzte. Ein ähnlicher Fehler trat auch einmal bei einem Kirchhoff'schen Instrument, dessen Zusammenstellung häufig geändert wurde, ein.

schritt der für die verschiedenen Flüssigkeiten verschiedene, mittlere Fehler 0,1 Proc. überall, während der Maximalfehler bei nicht besonders filtrirter H_2SO_4 auf 0,5 Proc. stieg. Nur bei ganz frischer 31 procentiger H_2SO_4 ging der Fehler auf 0,05 Proc., der Maximalfehler auf 0,09 Proc. herab. Die Bedingungen, unter welchen diese Versuche ausgeführt wurden, bei einem Electrometer herzustellen, wäre sehr umständlich, bedenkt man aber noch, dass hier die Directionskraft 0,96 benutzt wurde, während im Quadrantelectrometer der nöthigen Empfindlichkeit wegen meist nur eine etwa zehnfach geringere Directionskraft angewendet werden kann, so folgt, dass zur Erreichung der oben erforderten Genauigkeit die Benutzung einer Flüssigkeitsdämpfung im Electrometer auszuschliessen ist.

Eine zweite Fehlerquelle für die Genauigkeit der Einzelablesung besteht in der elastischen Nachwirkung der Aufhängung. Bei Anwendung eines an einem Coconfaden aufgehängten Magnets ist leicht das Torsionsverhältniss so zu verkleinern, dass die elastische Nachwirkung keine gerade bedeutende, wenn auch immer noch merkliche Fehler verursachen kann. So betrug bei einem Edelmann'schen Electrometer das Torsionsverhältniss 7×10^{-3}. Da die elastische Nachwirkung von Coconfäden bis auf 50 Proc. ansteigt, können hierdurch immerhin noch merkliche Fehler veranlasst werden. Schlimmer wirkt die genannte Erscheinung bei Anwendung einer Bifilarsuspension als messende Kraft. In einem Mascart'schen Electrometer, mit welchem ich in Strassburg arbeitete, hatte die Bifilarsuspension eine Höhe von 12 cm, der obere Abstand betrug 0,1 cm, der untere 0,03 cm, Nadel und Dämpfungsflügel wogen zusammen 2 gr, woraus sich die Directionskraft:

$$D = \frac{0{,}1 \times 0{,}03}{4 \times 12} \times 2 \times 981 = 0{,}12 \frac{\text{cm}^2\,\text{gr}}{\text{sec}^2}$$

ergibt. Die Directionskraft der Torsion eines 1 m langen Coconfadens kann, um einen Anhalt zu gewinnen, im Mittel vielleicht zu $2 \times 10^{-4} \frac{\text{cm}^2\,\text{gr}}{\text{sec}^2}$ angenommen werden, die zwei 12 cm langen Stücke der Bifilarsuspension üben dann die Directionskraft 33×10^{-4} aus, oder 3 Proc. der Gesammtstärke. Da die

elastische Nachwirkung bis 50 Proc. steigen kann, bringt sie eventuell solche Fehler mit sich, dass man bei gesteigerten Ansprüchen an die Genauigkeit die Anwendung einer solchen Bifilarsuspension vermeiden wird.

Wird die Torsion als messende Kraft benutzt, so beeinträchtigt ebenfalls die elastische Nachwirkung die Messungen. Sieht man indess von Glasfäden ab und wählt geeignete Metalldrähte, so können diese Fehler erheblich herabgedrückt werden. Jedoch sind die käuflichen Drähte nicht dünn genug, um die nöthige Empfindlichkeit zu gestatten. Es gelingt aber leicht, durch Abätzen mit Säure Eisendrähte von solcher Feinheit herzustellen, dass sie bei 1 m Länge nur 0,026 $\frac{cm^2\,gr}{sec^2}$ Directionskraft geben (s. § 9).

Was weiter die öfter als Fehlerquelle angezogene Einwirkung von allenfalls auf Isolatoren im Apparat übergegangene Electricität betrifft, so habe ich dergleichen nie zweifellos feststellen können; man kann übrigens leicht durch die Construction des Electrometers einem Einfluss dieser Art vorbeugen.

b) Die Veränderungen in der Empfindlichkeit des Quadrantelectrometers sind zum Theil in seiner Construction, zum Theil in der Beobachtungsmethode bedingt.

Gehen wir zunächst auf den ersten Punkt ein. Die Empfindlichkeit des Electrometers hängt von den Abständen der Nadel von den beiden Quadrantenflächen ab (s. § 12). Sind die beiden Abstände einander gleich, so findet ein Minimum der Empfindlichkeit statt, bei Verschiebungen aus der Minimumstellung nimmt die Empfindlichkeit nur dem Quadrat der Verschiebung proportional zu. Man wird also, wenn Constanz der Angaben verlangt wird, die Minimumstellung aufsuchen und die Suspension so wählen, dass starke Verticalverschiebungen der Nadel nicht vorkommen können. Zu diesem Zweck empfehlen sich wiederum Metalldrähte, während Coconfäden wegen der Veränderlichkeit ihrer Länge sowohl infolge der elastischen Nachwirkung als auch der hygroskopischen Eigenschaften halber zu vermeiden sind. Bei der Anwendung von Cylinderquadranten (Edelmann) hat die Verticalverschiebung nichts zu sagen; indess ist diese

Anordnung, wenn constante Empfindlichkeit verlangt wird, ungünstig, kleine seitliche Verschiebungen bedingen schon bedeutende Aenderungen derselben, und eine Minimumstellung lässt sich hier nicht experimentell aufsuchen, wie es bei horizontalen Quadranten durch successive Verticalverschiebungen der Nadel ausführbar ist.

Ferner gibt die eventuelle Veränderlichkeit der angewendeten, messenden Kraft selbst Veranlassung zu Variationen der Empfindlichkeit. So nimmt die Directionskraft von Magneten mit der Zeit ab, wird von den Schwankungen der Horizontalintensität und von vorhandenen Eisenmassen beeinflusst. Da ferner der geringen Grösse der im Electrometer zur Wirkung kommenden electrischen Kräfte wegen die anzuwendende, messende Kraft auch sehr klein sein muss, ist die Benutzung einer Bifilarsuspension auch aus diesem Grunde bedenklich. Es lässt sich eine solche zwar aus Coconfäden genügend empfindlich herstellen, indess muss dabei der Fadenabstand so klein gewählt werden (0,1 und 0,03 cm bei Mascart), dass bei der Veränderlichkeit der Spannung der einzelnen Fäden, bedingt durch ungleiche Ausdehnung, eine genügende Constanz der Directionskraft nicht zu erwarten ist. — Bei der Anwendung von Metalldrähten kommt man in Abhängigkeit von der Temperatur, mit welcher die Elasticität variirt. Diese Schwankungen sind jedoch sehr gering, indem z. B. bei dem später zu beschreibenden Eisendraht der Temperaturcoëfficient des Torsionsmoduls nur etwa 3×10^{-4} beträgt.

Wenden wir uns drittens zu den durch die Beobachtungsmethode veranlassten Aenderungen der Empfindlichkeit. Zum Laden des Electrometers bedient man sich einer offenen Batterie, deren electromotorische Kraft sich mit der Zeit und mit der Temperatur in unbekannter Weise ändert. Um eine Controle für die Constanz der Empfindlichkeit zu haben, wird von Zeit zu Zeit der Ausschlag bestimmt, welchen ein Daniell'sches Element gibt. Diese Hülfsmessungen sind zeitraubend und wohl auch nicht sehr genau; dazu wird eine Reduction der verschiedenen Ausschläge auf gleiche Empfindlichkeit erfordert. Ich ziehe es daher bei einem sonst con-

stanten Instrument (s. § 15) vor, die Nadel durch Abzweigen von einem Stromkreis zu laden, der aus der Ladungsbatterie von relativ hoher electromotorischer Kraft (z. B. 30—40 Spamer'sche Chromsäureelemente von zusammen etwa 60 bis 80 Volt), genügend grossen Widerständen und einem Galvanometer gebildet wird. Das letztere gestattet, die Constanz des Stromes zu controliren, resp. so viel Widerstand ein- oder auszuschalten, dass die Stromstärke die normale Grösse erhält. Durch eine ein für allemal vorgenommene Bestimmung der Constanten α (s. § 7) unter Beobachtung des für ein bekanntes Potential, welches man ebenfalls von dem Stromkreis der Ladungsbatterie abzweigt, eintretenden Ausschlages, wird dann die Empfindlichkeit für jede kommende Schaltung im voraus bestimmt. Sind die erwähnten Widerstände in Ohm bekannt, das Galvanometer z. B. mit dem Silbervoltameter geaicht worden, so lässt sich α für das Volt als Einheit ausrechnen.

Man macht sich von einer Ladungsbatterie unabhängig, wenn man mit Doppelschaltung arbeitet. Die Unbequemlichkeit, welche darin liegt, dass dabei die Ausschläge dem Quadrat des Potentials proportional sind, werden reichlich dadurch aufgewogen, dass alle Controlmessungen bezüglich der Constanz der Empfindlichkeit wegfallen; ausserdem gehen die elastische Nachwirkung, ein etwaiger Temperatureinfluss, die Fehler in der Bestimmung des Scalenabstandes nur mit dem halben Betrage in die Potentialmessung ein. Diese Beobachtungsmethode wird daher in vielen Fällen vorzuziehen sein, sie gestattet aber zunächst nur, Potentiale bis auf 4 Volt herab direct zu messen, lässt sich jedoch durch Hülfsapparate auch für kleinere Potentiale brauchbar machen (s. § 18).

c) Aus den § 7 erwähnten Gründen wird die wegen der Leichtigkeit gebrauchte Aluminiumnadel, namentlich wenn mit Quadratschaltung gearbeitet werden soll, zu vermessingen sein, um die Potentialdifferenz zwischen Nadel und Quadranten herabzudrücken.

§ 9.

Beschreibung des Instrumentes.

S. Fig. 4.

Die Ueberlegungen des vorigen Paragraphen haben die Construction des im Folgenden beschriebenen Quadrantelectrometers veranlasst, wobei den oben gestellten Forderungen an grössere Genauigkeit und an Constanz der Empfindlichkeit zu genügen angestrebt worden ist (s. § 11—16).

Das messende Drehmoment wird von einem coconfeinen Eisendraht geliefert. Zur Herstellung desselben diente ein Draht von 0,09 mm Durchmesser, der bei $^1/_3$ m Länge eine Directionskraft von 14 $\frac{cm^2\,gr}{sec^2}$ gab. Dieselbe wurde durch Behandeln mit verdünnter Salpetersäure auf 0,077 heruntergebracht, während gelegentlich vieler Schwingungsdauerbestimmungen unter Anhängen eines Zehngrammstücks nie ein Reissen eintrat. Etwaige Bedenken gegen die Brauchbarkeit eines auf diese Weise hergestellten Drahtes in einem Messinstrument, werden durch die weiter unten mitgetheilten Versuche (s. namentlich § 15) beseitigt werden. Der Durchmesser des Drahtes schwankte im Maximum um 30 Proc. Ein Löten kann unter Anwendung von Wood'schem Metall und Colophonium leicht ausgeführt werden. Die erwähnte Directionskraft 0,077 $\frac{cm^2\,gr}{sec^2}$ ist von ähnlicher Grösse wie die im Mascart'schen Electrometer von der Bifilarsuspension ausgeübte, welche z. B. 0,12 betrug. Ein Edelmann'sches Electrometer hatte in gleichem Maass eine Directionskraft 0,96, ein Kirchhoff'sches 0,49.

Die obere Befestigung des Drahtes kann sowohl in verticaler Richtung als auch drehend grob und fein verstellt werden, wie es nach § 12 und § 9 zur bequemen Einführung der Nadel in die Minimumstellung, resp. Symmetrielage erforderlich ist. Am unteren Ende des Drahtes ist ein Doppelypsilon aus Platindraht angelötet (s. Fig. 3), welches sowohl als Spiegelträger dient, als auch ein bequemes Aus- und Einhängen des Nadelhalters gestattet. Die Nadel besteht aus vermessingtem Aluminiumblech von 0,06 mm Dicke und hat

die aus Fig. 1 zu entnehmende Form. In Richtung der Längsaxe eingeritzte Striche erleichtern die Orientirung.

Bei der Construction der Quadranten siehe Fig. 2 hatte man zunächst eine unveränderliche Aufstellung derselben und möglichste Proportionalität der Drehmomente der electrischen Kräfte mit den zu erwartenden Ausschlägen im Auge; ferner sollten die isolirenden Theile der Quadrantenträger nicht auf die Nadel wirken können. Der besseren Isolation wegen wurden die oberen Fassungen der mit Schellack überzogenen Glasstäbe am unteren Ende etwas ausgedreht, sodass die Isolatoren erst weiter innerhalb der Hülsen mit dem Metall in Berührung treten. Um übrigens ein eventuelles Nachcorrigiren der Stellung der Quadranten nicht unmöglich zu machen, sind die Träger sowohl an der Fussplatte als auch an den Quadranten durch drei Schrauben befestigt. Ein überflüssig grosser Zwischenraum zwischen den einzelnen Quadranten ist vermieden worden.

Der kreisförmige Ausschnitt des Quadrantenringes wurde so weit gewählt, dass sich nach dem Seitwärtsrücken der Nadel, wie es Fig. 1 zeigt, ein Quadrant nach oben entfernen lässt. Der Fuss dieses Quadranten kann zu diesem Zweck aus der unteren, 2,5 cm langen, gut passenden Fassung, s. Fig. 2, herausgezogen werden. Man greift dabei durch die Thür des Gehäuses und schiebt, mit dem Daumen an den etwas gross gewählten Schraubenkopf der Nase *N*, welche Drehungen des Fusses verhindert, fassend, den Quadranten in die Höhe. Eine Berührung des Isolators mit den Fingern lässt sich dabei vermeiden. Die Verbindung des Quadranten mit dem ihm gegenüberstehenden ist durch eine längere Spirale von hartem Messingdraht hergestellt, sodass derselbe durch die Oeffnung des Gehäuses herausgezogen und auf eine neben derselben befindliche Platte gelegt werden kann. Die Nadel lässt sich dann auch bequem herausnehmen.

Das Gehäuse, welches sonst aus Messing besteht und sich leicht abheben lässt, wird durch eine gläserne Deckplatte geschlossen, um besseren Einblick in das Instrument zu gewähren. Dass durch die Verwendung von Glas Störungen

hervorgerufen würden, ist bei der grossen Entfernung der Deckplatte von der Nadel, wie die Versuche mit dem Instrument gelehrt haben, nicht zu befürchten. Der eventuelle Einfluss könnte übrigens schon deshalb nur gering sein, weil die Quadranten kein grosses Stück der Nadel frei lassen, und etwa an diesem Theil angreifende electrische Kräfte einen kleinen Hebelarm besitzen.

Eine besondere Dämpfungsvorrichtung wurde dem Apparate, da die Luftdämpfung, welche die Nadel innerhalb der Quadranten erleidet, genügend gross ist, auf Grund der Erwägungen des § 8a nicht beigegeben. Das infolge der Luftdämpfung eintretende Dämpfungsverhältniss betrug 3,6, und im § 10 wird gezeigt werden, dass sich die einzelnen Einstellungen schon aus den beiden ersten beobachteten Umkehrpunkten genügend genau finden lassen.

Damit sich die Oberflächenbeschaffenheit der inneren Theile nicht ändert, ist es gut, ein Gefäss mit H_2SO_4 oder dergleichen in den Apparat zu stellen.

Das Instrument stammt aus der mechanischen Werkstätte des Hrn. Wilhelm Siedentopf in Würzburg.

§ 10.

Beobachtungsmethode.

Die Versuche, welche zur Prüfung des Instrumentes dienten, wurden sämmtlich unter Anwendung der Doppelschaltung (s. § 7a) ausgeführt, weil diese Methode dort, wo gerade auf Constanz der Empfindlichkeit Werth gelegt wird, vorzuziehen ist.

Die einzelnen Einstellungen berechnete man aus zwei Umkehrpunkten und dem Dämpfungsverhältniss, welches sich für verschiedene Ablenkungen und Schwingungsbogen als genügend constant ergab. Zum Nachweis dafür diente eine längere Versuchsreihe, bei welcher für commutirte Ablenkungen von 12—1000 Scalentheilen immer mehrere Umkehrpunkte beobachtet wurden (wobei es öfter nöthig war, der Nadel einen besonderen Antrieb zu ertheilen). Gleichzeitig liess sich mit Hülfe eines Wiedemann'schen Spiegelgalva-

nometers die genaue Constanz des angelegten Potentials controliren, was bei einer Schwingungsdauer des Electrometers von 22 Secunden, die sich der gewünschten Empfindlichkeit des Apparates wegen nicht vermeiden liess, nöthig war. Die Versuche lieferten 3,62 als Mittelwerth des Dämpfungsverhältnisses (Luftdämpfung), mit dessen Benutzung man dann aus den einzelnen aufeinander folgenden Schwingungsbogen derselben Beobachtungsreihe die Einstellungen berechnete. Dieselben unterschieden sich nur soweit voneinander, dass die Ablenkungen im Mittel um 0,08 Proc., im Maximum um 0,15 Proc. von der aus kleinen Schwingungsbogen (10 Scalentheile) berechneten, abwichen, was für die Potentialmessung einen Fehler von im Mittel 0,04 Proc., im Maximum 0,08 Proc. mit sich bringt. Jedoch wurde bei diesen Versuchen vermieden, sehr kleine Ablenkungen aus sehr grossen Schwingungsbogen zu berechnen. Auch würden die Abweichungen der einzelnen Ablenkungen grösser ausgefallen sein, wenn beim Berechnen derselben die elastische Nachkung keine Berücksichtigung gefunden hätte, wie es weiter unten auseinander gesetzt wird. Die vorhin angegebene Grösse der Fehler lässt sich noch herabmindern, indem man unter geeigneter Handhabung des Commutators die Bogen, welche zwischen den beiden zu beobachtenden Umkehrpunkten liegen, verkleinert. Es ist dabei leicht, bis zu 40 Scalentheilen zwischen den ersten beiden Umkehrpunkten herabzukommen, selbst wenn die vorhergehende Schwingung von Scalenende zu Scalenende ging.

Was die durch die elastische Nachwirkung verursachten Fehler betrifft, so lässt sich eine zusammenfassende Bemerkung darüber dahin aussprechen, dass im Mittel die Gesammtfehler der Potentialbestimmung mit Quadratschaltung, die Fehler durch elastische Nachwirkung mit eingerechnet, unter mittelgünstigen Verhältnissen etwa 0,2 Proc. betragen dürften, arbeitet man unter besonders ungünstigen Umständen, folgt z. B. direct auf eine Ablenkung von 500 Scalentheilen eine solche von 10, so vergrössern sich die Fehler, wird dagegen bei der Anordnung der Aufeinanderfolge der einzelnen Bestimmungen Rücksicht auf die elastische Nachwirkung

genommen, so gehen dieselben bedeutend herunter. Man wird leicht dahin kommen können, dass die einzelnen Bestimmungen des Potentials nicht mehr als 0,05 Proc. vom Mittel abweichen.

Im Folgenden sollen den ohne Berücksichtigung der elastischen Nachwirkung berechneten Resultaten auch solche gegenübergestellt werden, welche unter versuchsweiser Einführung von Correctionen für dieselbe gefunden sind. Unter der Annahme der Superposition für die einzelnen Nachwirkungen, welche bei den kleinen hier vorkommenden Beträgen zu Correctionszwecken wohl zulässig ist, können die Nachwirkungen in zwei Theile zerlegt werden: in solche, welche von den gerade vorhergehenden, kurz dauernden Ablenkungen herrühren, und in solche, welche dem längeren Verweilen in der Ruhelage ihre Entstehung verdanken. Da die ersteren sehr rasch verschwinden, braucht man nur die eine, direct vorhergehende Ablenkung zu berücksichtigen. Die Nachwirkungen nach der Ruhelage kann man wieder aus zwei Theilen bestehend denken, die eine herrührend von dem Verweilen in der Ruhelage direct vor den anzustellenden Versuchen während einer der Dauer der ganzen folgenden Beobachtungsreihe gleichen Zeit (z. B. 1—2 Stunden), die andere dem Verharren in der Ruhelage von unbekannter Dauer vor dieser Zeit entsprechend.

Datirt man das Ende des letzterwähnten Zeitabschnittes genügend weit zurück, so darf die infolge davon eintretende Nachwirkung als constant angesehen werden und deshalb unberücksichtigt bleiben.

Um danach Correctionen für die elastische Nachwirkung zu gewinnen, ist der Verlauf derselben zu beobachten, und zwar sowohl für längere Torsion von 1—2 Stunden, als auch für solche von kurzer Dauer, 1—2 Minuten, wie es die specielle Beobachtungsweise erfordert. Trägt man die beobachteten Nachwirkungen graphisch auf, so lassen sich aus den Curven unter Annahme geeigneter Mittelwerthe für die Dauer und Grösse der Ablenkungen Correctionen für die elastische Nachwirkung gewinnen. Es ist dies Verfahren zwar umständlich und auch nicht einwurfsfrei, indess führt

es, wie die später mitzutheilenden Versuchsresultate ergeben werden, zum Ziel. Auch lässt sich dadurch eine Vereinfachung gewinnen, dass die einzelnen Ablesungen in gleichen Zeiträumen auf einander folgen. Die corrigirten Werthe liefern dann die Potentiale auf etwa 0,03—0,04 Proc. genau, gegen 0,2 Proc., wenn die Correction unterlassen bleibt. Auf die erwähnte Weise kann also eine ziemlich grosse Genauigkeit der Potentialmessung erreicht werden, jedoch dürfte es meist vorzuziehen sein, die Versuche gleich so anzuordnen, dass die elastische Nachwirkung nicht viel schaden kann (s. § 11 dritte Tab. mit den Bem. darin, sowie die beiden Versuchsreihen § 18).

§ 11.

Genauigkeit der Einzelablesung.

Bezüglich der Genauigkeit der Einzelablesung ergaben sich folgende Resultate. Zunächst kommen starke Wanderungen des Nullpunktes, wie man sie an Electrometern häufig findet, bei dem beschriebenen Instrument nicht vor. Die vorhandenen kleinen Wanderungen lassen sich deutlich als elastische Nachwirkung erkennen: kurze Zeit nach der Ausführung einer Versuchsreihe kommt die Nullstellung (bei solider Aufstellung) wieder auf Bruchtheile von Scalentheilen genau, auf ihren Werth vor den Versuchen zurück, vorausgesetzt, dass der Draht genügend lang im Instrument hängt, um die elastische Nachwirkung nach seiner früheren Form hin genügend verloren zu haben.

Zur Orientirung über die Genauigkeit der einzelnen Potentialmessung möge folgende Versuchsreihe dienen, die sich auf Bestimmungen für commutirte Ausschläge von 12—950 Scalentheilen erstreckt. Zuerst wurde ein Potential von 18 Volt angelegt, welches einen Ausschlag bis nahe an das Ende der Scala lieferte, dann zu kleineren Potentialen fortgeschritten bis zu 2 Volt herab, welche 12 Scalentheile commutirten Ausschlag ergaben. Darauf wiederholte man die ganze Versuchsreihe in umgekehrter Reihenfolge, um den Einfluss der elastischen Nachwirkung zu verändern. Die angelegten Potentiale wurden durch Messungen mittelst

eines Wiedemann'schen Spiegelgalvanometers unter gleichzeitiger Beobachtung der Variationen der Horizontalintensität definirt. Es ergab sich:

1) Unter Einführung von Correctionen für die elastische Nachwirkung.

Electrometerausschläge [1]		Daraus berechnetes [2] Potential in Volt		Differenz in Proc. des Potentials
Reihe I	Reihe II	Reihe I	Reihe II	
943,70	943,75	17,684	17,684	0,00
745,60	746,30	15,719	15,726	0,05
570,00	570,55	13,743	13,750	0,05
418,30	419,50	11,773	11,790	0,15
291,10	291,25	9,822	9,824	0,02
186,45	186,55	7,860	7,862	0,02
105,40	105,45	5,910	5,911	0,02
46,40	46,40	3,921	3,921	0,00
11,95	11,95	1,99	1,99	0,0
			Mittel	0,034

2) Nicht für elastische Nachwirkung corrigirt.

Potential in Volt		Diff. in Proc. des Potentials
Reihe I	Reihe II	
17,66 [3]	17,70	0,25
15,70	15,75	0,33
13,73	13,76	0,24
11,76	11,80	0,40
9,82	9,83	0,09
7,85	7,87	0,22
5,91	5,92	0,22
3,92	3,92	0,06
1,99	2,00	0,21
	Mittel	0,22

Die Potentiale sind aus den Ausschlägen mit Hülfe der im § 15 mitgetheilten Electrometerconstante berechnet, deren Werth sich etwas ändert, wenn einmal die elastische Nachwirkung berücksichtigt, das andere mal nicht berücksichtigt wird. Im letzteren Fall bekommt man bei einer Bestimmung der Electrometerconstanten einen Werth, welcher für die im Mittel eintretende elastische Nachwirkung gilt. Unter diesen Umständen ist zu erwarten, dass, wegen der symme-

1) Die Ausschläge haben die § 13 zu besprechende Calibercorrection erhalten.

2) S. Bemerkung nach der folgenden Tabelle.

3) Es ist auf eine Stelle weniger wie in Tab. 1 abgerundet worden.

trischen Anordnung der beiden Reihen der Tabelle, in den Mittelwerthen der ohne Berücksichtigung der elastischen Nachwirkung bei aufsteigendem und absteigendem Ausschlag erhaltenen Potentiale der Einfluss der Nachwirkung sich grösstentheils compensiren wird, wie es die folgende Tabelle ergibt.

Mittelwerthe aus beiden Reihen.

Ohne	Mit	Ohne	Mit
Correction für die elastische Nachwirkung		Correction für die elastische Nachwirkung	
17,683	17,684	7,860	7,861
15,723	15,723	5,912	5,910
13,744	13,747	3,917	3,921
11,780	11,781	1,99 (5)	1,99 (0)
9,822	9,823		

Man hat also hier ein Verfahren, durch Anordnung der Versuche den Einfluss der elastischen Nachwirkung herabzumindern, worauf schon § 10 hingewiesen worden ist.

§ 12.

Abhängigkeit der Empfindlichkeit von der Verticalverschiebung.

Zur Orientirung über die Art, in welcher die Empfindlichkeit von der Verticalverschiebung abhängt, diene folgende Betrachtung. Das Drehmoment der electrischen Kräfte ergibt sich nach § 1:

$$D = k(V_1 - V_2 + q_{12})\left(V - \frac{V_1 + V_2}{2} + N|Q\right).$$

Die Constante k bedeutet die absolut zu nehmende Aenderung der Capacität, resp. des Vertheilungscoëfficienten, bezüglich der Nadel für ein Quadrantenpaar, wenn sich die Nadel um den Winkel 1 dreht. Sei f die dabei stattfindende Zunahme der innerhalb des einen Quadrantenpaares liegenden Nadeloberfläche, ferner $a + x$ und $a - x$ die Abstände der Nadel von den Quadrantenflächen, so wird:

$$k = \frac{f}{4\pi}\left[\frac{1}{a + x} + \frac{1}{a - x}\right],$$

Ist $x = 0$, d. h. steht die Nadel in der Mitte der Schachtel, so hat k ein Minimum:

$$k_0 = \frac{f}{2\pi a}.$$

Die Aenderung $\delta k_0 / k_0$ für eine kleine Verschiebung δ aus der Mitte wird:

$$\frac{\delta k_0}{k_0} = \left(\frac{\delta}{a}\right)^2,$$

steigt also nur dem Quadrat des Verhältnisses der Verschiebung zur Schachtelweite proportional an. Das Minimum verläuft, wie eine einfache Ueberlegung zeigt, für den Fall einer nicht vollkommen ebenen Nadel, allmählicher, und zwar macht sich der Einfluss etwaiger Verbiegungen um so mehr in der erwähnten Weise geltend, je enger die Quadranten sind. In gleicher Art wirkt eine ungleiche Höhe der Quadranten.

Trägt der Torsionskopf des Electrometers eine Verticalverschiebung, so lässt sich durch folgeweise Verstellung derselben und jedesmalige Beobachtung des durch dasselbe Potential hervorgebrachten Ausschlages die Minimumstellung ausmitteln. Die nebenstehenden Curven geben Aufschluss über den Verlauf des Minimums. Die Abscissen bedeuten Ablesungen an der Millimetertheilung der Verticalverschiebung, die Ordinaten die zugehörigen Ausschläge in Scalentheilen. Bei der Ermittelung der ersten Curve war eine andere Theilung in Gebrauch, wie bei den anderen. Die dritte und vierte Curve sind an demselben Tage und vier Wochen nach der zweiten gefunden worden.

Die Curven sind sehr nahezu Parabeln, wie es die Theorie verlangt, so liefert z. B. die Curve A:

δ in mm	Beob. Aenderung der Empfindlichkeit in Proc.	$\frac{\delta^2}{a^2}$
2,05	30,9	30,0
1,70	19,1	20,7
1,50	13,1	16,0
1,15	7,1	9,3
0,70	2,4	3,6

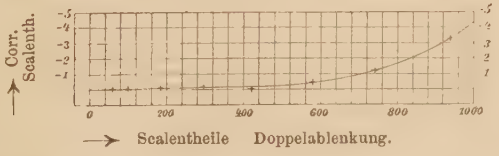
Die Schachtelweite betrug etwa 7,5 mm.

Ein Einstellen der Nadel in die Minimumstellung wird für die meisten Fälle anzurathen sein, da man dadurch sowohl an Constanz der Empfindlichkeit gewinnt, als auch an Uebereinstimmung der Capacität der beiden Quadrantenpaare, welche durch Verbiegungen der Nadel um so mehr gestört wird, je näher die letztere den Quadrantenflächen liegt. Der letzterwähnte Umstand hat auch Vergrösserungen der Calibercorrectionen zur Folge.

§ 13.

Calibrirung.

Das Drehmoment der electrischen Kräfte erleidet mit der Entfernung der Nadel aus der Symmetrielage eine Abnahme[1]), welche aber für mässige Ausschlagswinkel klein ist. Sie betrug z. B. für das beschriebene Instrument bei 5^0 Ausschlag nicht ganz 0,5 Proc. Da jedoch der Scalenausschlag mit der Ablenkung im allgemeinen stärker wächst, wie die Abnahme des Drehmomentes, so wird die an den Scalentheilen anzubringende Correction im allgemeinen negativ ausfallen. Bei 4 m Abstand hätten sich in unserem Falle die beiden Einflüsse fast vollständig compensirt. Für den gewählten Scalenabstand von 3 m waren negative Correctionen anzubringen, welche durch die Curve angegeben werden.



1) Messungen darüber s. auch Benoit, Journ. de phys. 6. p. 118. 1877.

Zur Ermittelung der Correctionen wurden vergleichende Potentialmessungen mit dem Electrometer und Galvanometer ausgeführt. Man musste dabei eine möglichst grosse Genauigkeit erstreben, wenn anders die Correctionen einen regelmässigen Verlauf zeigen sollten. Der Strom von neun kleinen Chromsäureelementen durchlief eine Reihe von Widerständen von zusammen 28000 S.-E. und ein Wiedemann'sches Galvanometer. Von den Enden eines geeignet zu wählenden Widerstandes führten Leitungen zur Erde und zum Electrometer, durch Variation des Widerstandes konnten beliebige Potentiale bis etwa 18 Volt zur Messung kommen. Da die Widerstände einen grossen Temperaturcoëfficienten (0,065; älterer Draht) besassen, durfte nicht unterlassen werden, für Constanz der Temperatur auch schon vor Beginn der Versuche zu sorgen. Ein zu beachtendes Erwärmen derselben durch den Strom ist bei der gewählten Intensität nicht zu befürchten. Der Galvanometerausschlag betrug 900 Scalentheile, und die einzelnen Ablesungen wurden mit Hülfe gleichzeitiger Variometerablesungen auf gleiche Horizontalintensität zurückgeführt. Commutatoren ermöglichten die Umkehrung der Stromrichtung im Galvanometer, resp. die Vertauschung der Quadranten oder den Wechsel des Vorzeichens der Electrometerladung. Zur Herstellung derselben dienten auf Schellacksäulen ruhende Fingerhüte, welche mit Quecksilber gefüllt wurden. Wegen der erforderlichen Genauigkeit musste auf die elastische Nachwirkung Rücksicht genommen werden. Bei späteren Versuchsreihen habe ich meistens der Einfachheit halber die durch elastische Nachwirkung auftretenden Fehler, wenn eine grössere Genauigkeit erfordert wurde, durch die Anordnung der einzelnen Messungen vermindert; diesmal geschah dies aus anderweiten Gründen nicht, sondern es wurde für elastische Nachwirkung corrigirt (s. § 10).

Die Curve p. 37 ist gleich für commutirte Ausschläge hergestellt, mit denen doch meist gearbeitet wurde. Eine Betrachtung derselben zeigt, dass die Correctionen für diese Verhältnisse kleine Werthe haben, im schlimmsten Falle vier Scalentheile auf 1000 Ausschlag betragen, sodass die

Nichtberücksichtigung derselben einen Fehler von höchstens 0,2 Proc. in der Potentialmessung hervorruft.

§ 14.

Bestimmung der Empfindlichkeit.

Gehen wir zur Aichung des Electrometers über, welche mit dem Silbervoltameter ausgeführt wurde. Ein Strom von etwa $^1/_3$ Amp., durch zwölf kleine Bunsen'sche Elemente geliefert, durchlief unter anderem einen Widerstand von 50 Hg.-E. Um unzulässige Erwärmung desselben durch den Strom auszuschliessen, wurde er aus einem im Zickzack auf einen Holzrahmen aufgewundenen, übersponnenen Neusilberdraht von 0,5 mm Durchmesser hergestellt und der Rahmen in horizontaler Lage an die Wand gehängt. Nach Messungen von Oehlschläger[1]) zu urtheilen, wird dann die Temperatur des Drahtes durch den Strom von $^1/_3$ Amp. bei dauerndem Stromschluss nur um etwa $^3/_4{}^0$ erhöht, was bei dem angewendeten Material eine Widerstandsänderung von etwa 0,05 Proc. zur Folge hat. Bei den folgenden, vergleichenden Messungen wurden Ströme von ähnlicher Stärke angewendet, sodass der durch den letzterwähnten Umstand entstehende Fehler zu vernachlässigen ist. Da auch die Constanz der Empfindlichkeit während eines grösseren Zeitraumes mit Hülfe dieses Widerstandes untersucht wurde, sei erwähnt, dass derselbe vor den Aichungen 50,000 Einheiten bei 15° besass. Nach Ausführung der Aichungen zeigte sich die Normaltemperatur ebenso zu 15°. Die Messung fand mit der Verzweigungsbrücke unter Vergleichung mit einem älteren, in jeder Hinsicht bekannten Rheostaten statt. Von den Enden des Widerstandes wurde zur Erde, resp. zum Electrometer abgezweigt, dessen Einstellungen (resp. Umkehrpunkte) jede Minute ermittelt und alle zwei Minuten die Quadranten commutirt (s. § 7_a). Dabei vertauschte man für jede der beiden Commutatorstellungen auch noch das Vorzeichen des Potentials, um die vier § 7_a erwähnten Einstellungen zu erhalten, was sich bei der hier geforderten, grösseren Ge-

1) Oehlschläger, Electrotechn. Ztschr. 6. p. 93. 1885.

nauigkeit empfahl. Die Temperatur hielt sich bei den verschiedenen Aichungen nahe bei 15°, worauf alle Angaben der Empfindlichkeit nach § 16 reducirt sind. Wie erwähnt, diente das Silbervoltameter zur Bestimmung des Stromintegrals, und zwar in Gestalt eines Platintiegels und stabförmiger Silberelectrode, unter welcher ein kleines Glasschälchen angebracht war.[1])

Aus Formel (V) (§ 3 u. § 7) ergibt sich:

$$V = \sqrt{\frac{1}{2\alpha}} \sqrt{\overset{+}{n_1} + \overset{-}{n_1} - \overset{+}{n_2} - \overset{-}{n_2}}$$
$$= c\sqrt{n}. \qquad \left(n = \tfrac{1}{2}(\overset{+}{n_1} + \overset{-}{n_1} - \overset{+}{n_2} - \overset{-}{n_2})\right).$$

n ist nach § 13 wegen des Calibers zu corrigiren. Im Folgenden sind die Werthe von c sowohl mit, als auch ohne Berücksichtigung der elastischen Nachwirkung berechnet, wobei man im letzteren Falle etwas grössere Werthe erhalten muss.

Was die Berechnung von c aus den directen Versuchsergebnissen betrifft, so ist Folgendes zu bemerken. Die Gewichtsabnahme des Silbervoltameters liefert das Stromintegral, die Electrometerausschläge die Werthe V^2; genau genommen müssten daher aus den einzelnen Electrometerausschlägen die Wurzeln gezogen und nach der Formel:

$$c\int_0^T \sqrt{n}\, dt = w\int_0^T i dt$$

gerechnet werden. Durch eine einfache Rechnung überzeugt man sich nun, dass, wenn die einzelne Ablenkung n_μ gesetzt wird: $n_\mu = n(1 + \delta_\mu)$,

wo n die mittlere Ablenkung bedeutet, δ also die Abweichung von der mittleren Ablenkung in Theilen derselben, dass dann ist:

$$\sqrt{T\int_0^T n dt} = \left[1 - \frac{1}{8T}\int_0^T \delta^2 dt\right]\int_0^T \sqrt{n}\, dt.$$

Die Formel besagt: statt erst die Wurzeln aus den Scalenausschlägen zu ziehen und dann zu integriren, kann man

1) s. F. u. W. Kohlrausch, Wied. Ann. 27. p. 17. 1886.

erst direct über die Scalenausschläge integriren und dann erst aus dem Integral die Wurzel ziehen, wenn dabei ein Fehler von der Ordnung $\delta^2/8$ erlaubt ist. Die grösste, im Verlauf einer Versuchsreihe durch die Stromschwankungen eintretende Abweichung einer Ablenkung vom jeweiligen Mittelwerth, welche bei den verschiedenen Aichungsversuchen vorgekommen ist, betrug 1,5 Proc., also der grösste, in Betracht kommende Werth von $(\delta^2/8) = 3 \times 10^{-5}$. Selbst für den Fall, dass die mittlere Abweichung vom Mittel so gross gewesen wäre, wie die angegebene maximale, würde es im vorliegenden Falle noch erlaubt sein, die einfachere Rechnungsweise anzuwenden.

Bezeichnet W den Widerstand zwischen den Abzweigungspunkten zur Erde und zum Electrometer,

N den Silberniederschlag in Milligrammen,

D die Versuchsdauer in Secunden,

n den mittleren, durch die graphische Integration gewonnenen Electrometerausschlag, so ist die Constante c in Bezug auf das Volt als Einheit:

$$c = \frac{0{,}944}{1{,}1183^{1})} \frac{N W}{D \sqrt{n}}.$$

Vier kurz hintereinander angestellte Bestimmungen von c ergaben:

Datum	n	N	$\frac{D}{60}$	c	Differenz vom Mittel in Proc. von c	Mittlere Stromst.
15. Dec.	568,6	564,41	29	0,57492	−0,06	0,291
16. „	655,5	627,77	30	540	+0,02	0,312
18. „	577,6	589,65	30	566	+0,06	0,293
18. „	506,2	514,69	28	517	−0,02	0,275
				0,57529		

Die einzelne Bestimmung von c weicht also vom Mittelwerth nicht mehr als 0,06 Proc. ab, im Mittel um 0,04 Proc. Bezeichnet A den Scalenabstand, der 3029 Scalentheile betrug, so ergibt sich:

$$V = \frac{31{,}66}{\sqrt{A}} \sqrt{n},$$

sodass man bei 2500 Scalentheilen Abstand für 2 Volt

1) F. u. W. Kohlrausch, Wied. Ann. 27. p. 59. 1886.

10 Scalentheile, für 20 Volt 1000 Scalentheile commutirten Ausschlag erhält.

Ohne Berücksichtigung der elastischen Nachwirkung ergibt sich:

Datum	c'	Diff. vom Mittel in Proc. von c'
15. Dec.	0,5771	−0,02
16. „	0,5776	+0,07
18. „	0,5780	+0,14
18. „	0,5762	−0,17

Die Constante c' ist um $^1/_3$ Proc. grösser, wie c und lässt sich etwa mit dem Fehler von 0,1 Proc. durch eine einzelne Aichung bestimmen.

§ 15.

Constanz der Empfindlichkeit.

Um die Constanz des Instruments im Laufe der Zeit zu prüfen, müsste eigentlich die Nadel vor jeder neuen Aichung in die Minimumstellung gebracht werden, weil allmählich, z. B. durch elastische Nachwirkung, kleine Verschiebungen derselben nach der Verticalen eintreten können, die der einfachen Bestimmbarkeit der Minimumstellung wegen nicht als eigentliche Inconstanz des Instrumentes aufzufassen sind. Lässt man indess die Nadel in der Lage, welche sie mit der Zeit einnimmt, stehen, macht so neue Aichungen und ermittelt erst nachträglich den Unterschied der gerade stattfindenden Empfindlichkeit gegen diejenige, welche für die Minimumstellung erhalten wird, so liefert dies Verfahren gleichzeitig einen Aufschluss über die eventuellen kleinen Verschiebungen der Nadel.

Zwei Bestimmungen von c, 19 und 29 Tage nach den im vorigen Paragraphen mitgetheilten angestellt, ergaben zunächst die Werthe:

		i
5. Jan.	0,57433	0,35
15. „	0,57240	0,37

Nach der letzten Aichung wurde die Minimumstellung neu ermittelt, wobei sich die Nadel um 0,40 mm nach unten

verschoben fand; in darauf folgenden drei Wochen ist dann keine weitere Aenderung vorgekommen, wie ein Versuch am 5. Februar ergab. Dem Ausweichen der Nadel um 0,40 mm aus der Minimumstellung entspricht eine Verkleinerung der Constante c um 0,42 Proc. Wenn man annehmen will, dass die Verschiebung der Nadel zwischen dem 17. December und 15. Januar proportional mit der Zeit erfolgt sei, so ist die am 5. Januar gewonnene Constante c um 0,09 Proc. zu klein. Nach Anbringung dieser Correctionen ergibt sich:

15—18. Dec.	0,57529
5. Jan.	486
15. „	481

Die beiden letzten Werthe unterscheiden sich von dem ersten nur um 7 bis 8×10^{-4}, Beträge, welche die Versuchsfehler der Aichung allein nicht viel überschreiten. Nimmt man hinzu, dass durch das Aufsuchen der Minimumstellung damals noch grössere Fehler entstehen mussten, da die Verticalverschiebung noch keine Feinverstellung besass, wie das an dem fertigen Instrument der Fall sein wird, so ergibt sich die Empfindlichkeit auf etwa ein halbes Tausendtel constant. Dabei ist indess zu berücksichtigen, dass das Instrument für alle Versuche auf seinem Platz stehen blieb. Bei unveränderlicher Aufstellung hat man also, wenn von Zeit zu Zeit von neuem in die Minimumlage eingestellt wird, eine weitgehende Constanz zu erwarten.

Die Versuche am 5. und 15. Januar ergeben, wenn nicht für elastische Nachwirkung corrigirt wird:

	c'
15—18. Dec.	0,5772
5. Jan.	3
15. „	1

Werthe, welche durch Zufall noch besser miteinander übereinstimmen, wie die von c.

§ 16.

Temperatureinfluss.

Die Temperatur kann in zweierlei Weise die Empfindlichkeit beeinflussen. Zunächst wird durch ungleiche Aus-

dehnung der einzelnen Electrometertheile bei Temperaturänderungen im allgemeinen eine Verschiebung der Nadel gegen die Quadranten in verticaler Richtung stattfinden, indess ist dieselbe so klein, dass sie auf die Angaben des Instrumentes keinen merkbaren Einfluss gewinnt. Dagegen übt die Abnahme der Elasticität des Drahtes mit der Temperatur einen zu bestimmenden Einfluss aus. Beträgt diese Abnahme für 1° Temperaturerhöhung α des ganzen Werthes, so nehmen die Ausschläge n um αn zu und die Constante c um $(\alpha/2)c$ ab, wie die Gleichung $P = c\sqrt{n}$ ergibt. Die Schwankungen der Directionskraft des Drahtes mit der Temperatur gehen also nur mit der Hälfte ihres Betrages in die Potentialmessung ein.

Zur Bestimmung des Temperaturcoëfficienten führte man bei zwei verschiedenen Temperaturen (15,9° und 6,5°) Vergleichungen des Electrometers mit dem Galvanometer aus. Dabei stand das letztere sammt 20000 S.-E. Widerstand in einem Raum von sehr constanter Temperatur und wurde von dem Strom einer bei dem Electrometer aufgestellten Batterie durchflossen, von deren Polen Leitungen zur Erde und zum Electrometer führten. Die Widerstände waren 7 Stunden vor der ersten Vergleichung in den erwähnten Raum gebracht worden.

Es wird zu einer weiteren Orientirung über das Instrument dienen, wenn ich die beiden Versuchsreihen vollständig mittheile. Dabei ist zu bemerken, dass die einzelnen Ausschläge nicht wegen elastischer Nachwirkung corrigirt sind; es wurde vielmehr durch vollkommen gleiche Anordnung der Versuchsreihen bei den beiden Temperaturen ein merklicher Einfluss derselben zu vermeiden gesucht. Da jedoch die Temperaturänderung auch auf die elastische Nachwirkung einen beträchtlichen Einfluss gewinnt[1]), so gilt der gewonnene Temperaturcoëfficient für beide Einflüsse zusammen und muss deshalb kleiner ausfallen, weil die Aenderung der elastischen Nachwirkung der Aenderung der Elasticität entgegenwirkt. Die folgende Tabelle enthält die Versuche.

1) s. F. Kohlrausch, Pogg. Ann. **128.** p. 405. 1866.

$t = 15{,}9°$		$t = 6{,}5°$	
Electrometer	Galvanometer[1])	Electrometer	Galvanometer
902,90	980,95	877,90	968,45
65	85	6,95	25
60	75	6,70	15
50	75	6,55	15
55	80	6,25	10
65	75	5,65	7,95
85	80	5,55	85
902,67	980,81	876,51	968,13

Die Galvanometerausschläge wurden mit Hülfe von gleichzeitigen Variometerbeobachtungen auf gleiche Horizontalintensität zurückgeführt. Aus den Versuchen berechnet sich der Temperaturcoëfficient:

$$\frac{\alpha}{2} = 0{,}00013\,.$$

Die Constante c ist also für den Grad Temperaturerhöhung um $1{,}3 \times 10^{-4}$ zu verkleinern. Daraus würde für die Aenderung der Elasticität des Eisendrahtes $2{,}6 \times 10^{-4}$ folgen, wenn die Nachwirkung constant geblieben wäre. In Wirklichkeit ist der Werth etwas zu erhöhen. Kohlrausch[2]) fand für Eisendraht $4{,}8 \times 10^{-4}$; Pisati[3]) $2{,}1 \times 10^{-4}$.

§ 17.

Bestimmung der zweiten Constanten des Electrometers.

Es möge an dieser Stelle, wo eine Uebersicht über die mit dem beschriebenen Instrument zu erwartenden Fehler gewonnen ist, die Bestimmung der im § 1 erwähnten Constanten β nachgetragen werden. Dieselbe soll durch geeignete Wahl der Form der Conductoren möglichst auf den Werth $^1/_2$ gebracht sein. Die Erfüllung dieser Forderung hat folgende Bedeutung: man denke sich die Nadel sammt einem

1) Die Galvanometerablesungen führte ein zweiter Beobachter aus. Herrn Dr. Kreichgauer und Heydweiller möchte ich an dieser Stelle für die mir vielfach während dieser Arbeit gewährte Unterstützung meinen Dank aussprechen.

2) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. **141.** p. 481. 1870.

3) Pisati, Gaz. chim. ital. **7.** 1. cit. n. Mousson.

Quadrantenpaar auf dem Potential Null erhalten, das andere Paar auf dem Potential 1, dann wird bei einer Ablenkung des Instruments die Ladung des letzteren Paares z. B. eine Zunahme erfahren, welche dann auch die auf der Nadel vertheilte, entgegengesetzte Ladung vergrössert: sind diese beiden Aenderungen einander gleich, so folgt $\beta = \frac{1}{2}$. An diese Bedingung knüpft sich auch die § 3 gegebene Methode zur Bestimmung von Contactpotentialdifferenzen.

Die experimentelle Ermittelung von β geschah nach folgendem Plan. Führt man in der Formel (I_a) § 1 die Potentialdifferenzen der inneren Electrometertheile gegen die Hülle in derselben Weise ein, wie es oben unter der Annahme $\beta = \frac{1}{2}$ geschehen ist, so wird:

$$n = \alpha[V_1 - V_2 + q_{12}][V + p - \beta(V_1 + V_2 + m)],$$

wo V_1, V_2 und V die § 1 angegebene Bedeutung haben.

Um den Einfluss der Constanten β hervortreten zu lassen, legen wir folgende Potentiale an:

$$\begin{array}{llll} 1) & V_1 = 2P & V_2 = 0 & V = 0, \\ 2) & V_1 = 0 & V_2 = 2P & V = 0, \end{array}$$

welche dann zwei Ablenkungen n_1 und n_2 ergeben:

$$\begin{array}{l} n_1 = \alpha(\ \ 2P + q_{12})(p - 2\beta P - \beta m) \\ n_2 = \alpha(-2P + q_{12})(p - 2\beta P - \beta m) \\ \hline n_1 - n_2 = 4\alpha P(p - 2\beta P - \beta m). \end{array}$$

Ferner erhält man durch die Anordnungen:

$$\begin{array}{llll} 3) & V_1 = \ \ P & V_2 = -P & V = 0, \\ 4) & V_1 = -P & V_2 = \ \ P & V = 0, \end{array}$$

die beiden Ablenkungen:

$$\begin{array}{l} n_1^{\,0} = \alpha(\ \ 2P + q_{12})(p - \beta m) \\ n_2^{\,0} = \alpha(-2P + q_{12})(p - \beta m) \\ \hline n_1^{\,0} - n_2^{\,0} = 4\alpha P(p - \beta m). \end{array}$$

Durch Subtraction dieses Werthes von $n_1 - n_2$ ergibt sich, wenn für die Ablenkungen noch die Einstellungen eingesetzt werden:

$$(1) \qquad \alpha\beta = \frac{s_1 - s_2 - (s_1^{\,0} - s_2^{\,0})}{8V^2} = A.$$

Zu einer zweiten Beziehung zwischen α und β gelangen wir durch Anwendung der Doppelschaltung. Die Formel (V) § 7 hatte ergeben:

$$2\alpha = \frac{\overset{+}{n_1} + \overset{-}{n_1} - \overset{+}{n_2} - \overset{-}{n_2}}{V^2} = \frac{2n}{V^2}.$$

Leitet man, ohne von vornherein $\beta = \frac{1}{2}$ zu setzen, wie es für die angegebene Formel geschah, die entsprechende Beziehung her, so erhält man:

$$4\alpha(1-\beta) = \frac{2n}{V^2}.$$

Die Empfindlichkeitsconstante c (§ 14) stand zu V und n in der Beziehung:

$$c = \frac{V}{\sqrt{n}},$$

sodass:

$$2\alpha(1-\beta) = \frac{1}{c^2}. \tag{2}$$

Aus (1) und (2) ergibt sich dann:

$$\beta = \frac{2Ac^2}{1+2Ac^2}. \tag{XI}$$

Die Constante c ist aus früheren Versuchen bekannt, während A noch nach 1) zu bestimmen bleibt. Dabei muss das Potential V auf dieselbe Einheit bezogen werden, welche dem Werth von c zu Grunde liegt, d. h. hier auf Volt. Wie bei früheren Versuchen geschah dies durch eine gleichzeitige galvanometrische Bestimmung, bei welcher wie damals der Definition des Volt das electrolytische Aequivalent des Silbers, sowie die Beziehung: 1 Hg.-E. = 0,944 Ohm zu Grunde gelegt wurde.

Die bei dieser Bestimmung von A beobachteten einzelnen Ausschläge $s_1 - s_2$ (s. Formel 1) sollen, um auch über die Genauigkeit der Messung bei der hier angewendeten Schaltung einen Anhalt zu geben, hier aufgeführt werden:

Electrometer	343,55	344,05	343,45	343,00	343,10	Mittel 343,43
Galvanometer	179,60	179,60	179,55	179,50	179,25	„ 179,50

Die Ausschläge sind nicht wegen elastischer Nachwirkung corrigirt. Für $s_1^0 - s_2^0$ wurde $-8{,}36$ erhalten; aus

dem Galvanometerausschlag ergibt sich die Intensität in Amp. bei dem herrschenden Variometerstand:

$$i = 2{,}186\,(5) \times 10^{-6}\, n\,.$$

Der Widerstand, zwischen dessen Enden das Potential V herrschte, hatte 13030 Hg.-E. Der Scalenabstand beim Electrometer war derselbe wie bei der Bestimmung von c. Unter Einsetzung dieser Werthe in die Formel 1) erhält man:

$$\alpha\beta = 1{,}4994,$$

und da nach Formel (2) und p. 43:

$$2\,\alpha\,(1-\beta) = \frac{1}{c^2} = \left(\frac{1}{0{,}5771}\right)^2$$

ist, folgt: $$\beta = 0{,}4997,$$

sodass also der in § 1 angenommene Werth $\beta = \frac{1}{2}$ als richtig erwiesen ist.

§ 18.

Da die Resultate der Messungen mit dem Electrometer eine ziemliche Genauigkeit bei weitgehender Constanz der Empfindlichkeit nachweisen, so wäre es wünschenswerth, das eingeschlagene Verfahren auch auf kleinere Potentiale ausdehnen zu können. Es kann dies zwar einfach auf die Weise geschehen, dass zu dem zu messenden kleineren Potential noch ein anderes, grösseres hinzugefügt wird, und die beiden Ausschläge zur Beobachtung gelangen, welche beim alleinigen Commutiren des kleineren Potentials entstehen und der quadratischen Empfindlichkeit des Electrometers wegen eine zur Messung genügende Differenz aufweisen. Indess scheint mir dies Verfahren durch ein anderes übertroffen werden zu können. Es lassen sich nämlich Potentiale mittelst einer demnächst zu beschreibenden, mechanischen Vorrichtung (rotirender Condensator) in constanter Weise verstärken, z. B. verzehnfachen, sodass man dann die aus den obigen Versuchen zu entnehmenden Ausschläge schon für ein zehnfach kleineres Potential bekommt.

Es soll ferner noch darauf hingewiesen werden, dass sich das beschriebene Electrometer, wenn es einmal geaicht worden ist, unter Umständen zur Benutzung bei der Ermitte-

lung des Reductionsfactors von Galvanometern eignet. Dasselbe gestattet nämlich, ohne eine erhebliche Aenderung der Versuchsanordnung die erwähnte Bestimmung für Galvanometer von sehr verschiedener Empfindlichkeit auszuführen. Unter Benutzung derselben Batterie kann ja durch Veränderung der eingeschalteten Widerstände die Stromstärke in weiten Grenzen variirt werden, während das verfügbare Potential mit demselben Electrometer messbar bleibt. Das angedeutete Verfahren ist namentlich von Werth, wenn mehrere Instrumente von verschiedener Empfindlichkeit zur Aichung bereit stehen; nicht nur weil die Versuchsanordnung kaum geändert zu werden braucht, sondern auch weil man das Anlegen von Verzweigungswiderständen umgeht, was aus bekannten Gründen wünschenswerth ist.

Eine weitere Anwendung findet das Electrometer in Doppelschaltung bei der Messung von Wechselströmen. Das Arbeitsintegral derselben wird vom Instrumente direct angegeben. Es mag erwähnt werden, dass sich so die Ströme kleiner Inductorien, wie sie etwa zu Widerstandsmessungen dienen, schon einigermassen messen lassen, da diese Apparate, bei Anwendung eines etwas kräftigen primären Stromes, in ziemlich constanten Gang zu bringen sind.

Phys. Inst. d. Univ. Würzburg, März 1886.

Fig. 3.

Fig. 1.

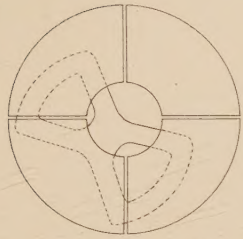


Fig. 2.

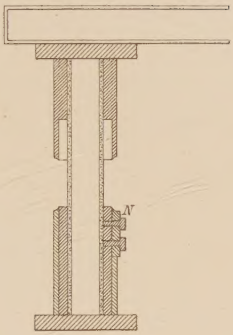
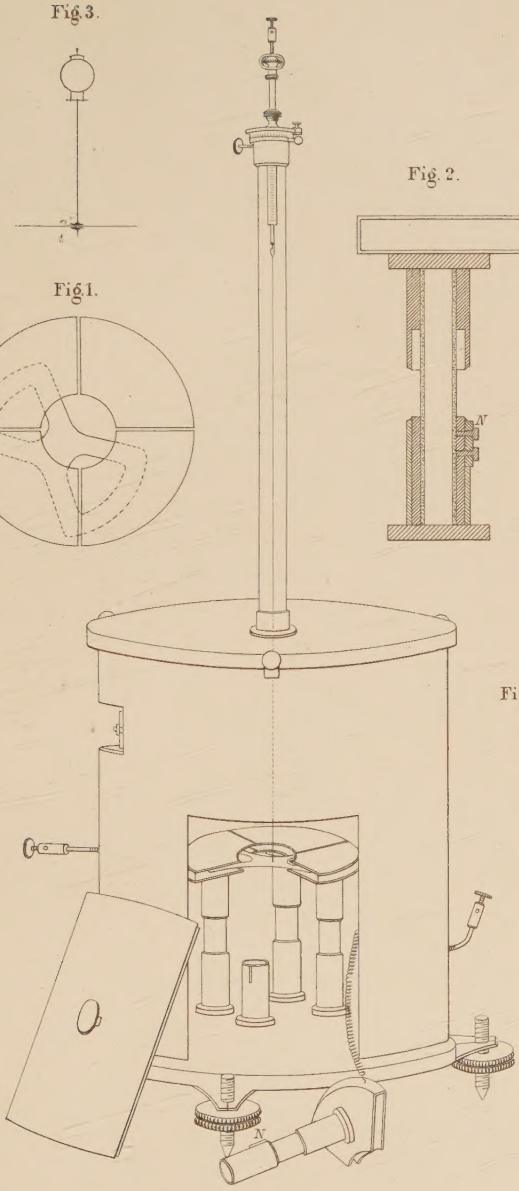



Fig. 4.